ROCZNIKI INŻYNIERII BUDOWLANEJ – ZESZYT 7/2007
Komisja Inżynierii Budowlanej Oddział Polskiej Akademii Nauk w Katowicach

WYSYCHANIE ZABYTKOWYCH MURÓW Z CEGŁY*

Andrzej KUCHARCZYK
Politechnika Opolska, Opole

1. Wprowadzenie

W procesie wysychania materiałów kapilarno-porowatych można wydzielić co najmniej dwa charakterystyczne etapy [1]:

- okres stałej szybkości wysychania,
- okres malejącej szybkości schnięcia.

W poniższym artykule przeanalizowano etap pierwszy, w którym woda kapilarna odparowuje ze stałą prędkością z powierzchni ciała stałego, a zawartość wilgoci maleje liniowo.

2. Równania problemu

Punktem wyjściowym rozważań jest parcjalny bilans masy dla wody ρ^1, filmu cieczy ρ^2 oraz pary wodnej ρ^3 [1, 2]

$$\frac{\partial \rho^\alpha}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\rho^\alpha v_i^\alpha\right)=\rho^\alpha R^\alpha, \qquad \alpha=1,2,3 \tag{1}$$

Po wprowadzeniu do powyższego równania stężenia $c^\alpha=\rho^\alpha/\rho$, prędkości parcjalnej w postaci $v_i^\alpha=w_i+u_i^\alpha$ oraz strumienia dyfuzyjnego $j_i^\alpha=\rho^\alpha\, u_i^\alpha$ otrzymano równoważne ujęcie bilansów masy składnika α

$$\rho\frac{dc^\alpha}{dt}+\frac{\partial j_i^\alpha}{\partial x_i}=\rho^\alpha R^\alpha . \tag{2}$$

Po zsumowaniu parcjalnych bilansów dla składnika $\alpha=1$ oraz $\alpha=2$ uzyskano równanie bilansu masy wody, które ujmuje przepływ wilgoci podczas suszenia

---

* *Praca powstała w ramach seminarium Katedry Fizyki Materiałów WB PO z termomechaniki*

$$\rho \frac{d\,c}{dt} + \frac{\partial\, j_i}{\partial\, x_i} = \rho R\,, \tag{3}$$

gdzie: $c = c^1 + c^2$, $j = j^1 + j^2$, $\rho R = \rho R^1 + \rho R^2$.

3. Wysychanie powierzchniowe

Równania opisujące pierwszy etap wysychania [1] wyznaczono z równania (3) po scałkowaniu po objętości

$$\int_V \rho \frac{dc}{dt} dV = \int_A j_1 dA\,. \tag{4}$$

Zakładając stałą wartość strumienia j_1 i prędkości $\frac{dc}{dt}$ po grubości warstwy oraz przyjmując równanie fizyczne na strumień masy w postaci

$$j_1 = -K \frac{c_0 - c_b}{\Delta} \tag{5}$$

Otrzymano równanie opisujące powierzchniowe wysychanie wody

$$\frac{dc}{dt} = -\frac{KA}{m\Delta}\left(c_0 - c_b\right), \tag{6}$$

przy warunkach początkowo-brzegowych

$$c(t=0) = c_0\,, \quad c(t=\infty, x=0) = c_b\,. \tag{7}$$

Przyjmując iż

$$\beta = \frac{KA}{m\Delta}\,, \tag{8}$$

całka równania (6) równa się

$$c(t) = -\beta \cdot \left(c_0 - c_b\right) \cdot t + c_0\,. \tag{9}$$

Pozwala ona wyznaczyć poziom zawilgocenia w czasie dla pierwszego etapu suszenia.

4. Stężenie wilgoci w ujęciu losowym

W równaniu (9) zawartość wilgoci jest zależna od parametrów c_0 i c_b oraz od parametru β. Pierwszy określa koncentrację wody w materiale zawilgoconym, drugi na brzegu, natomiast wartość ostatniego należy wyznaczyć z eksperymentu.

W dalszej części przyjęto, że wielkość $c(t)$ jest wielkością losową, a parametr β po przekształceniu równania (9) równa się

$$\beta = -\frac{c(t) - c_0}{c_0 - c_b}\frac{1}{t} \tag{10}$$

W celu wyznaczenia współczynnika β wykonano n prób. Na podstawie tych pomiarów można wyznaczyć [3, 4]:

- funkcje gęstości prawdopodobieństwa $f_c(c,t)$

$$P_c(t)\left[-\infty \le c \le +\infty\right] = \int_{-\infty}^{+\infty} f_c(c,t)dc \tag{11}$$

- dystrybuantę

$$F_c(c_1,t) = P_c(-\infty \le c \le c_1) = \int_{-\infty}^{c_1} f_c(c,t)dc\,, \tag{12}$$

gdzie t występuje tutaj jako parametr. Wówczas wartość oczekiwana (średnia) koncentracji cieczy w materiale w chwili t wynosi

$$\bar{c}_m(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} c\, f_c(c,t)dc\;. \tag{13}$$

Kolejny parametr, który określa zachowanie się zmiennej losowej to wariancja

$$\sigma_c^2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} (c - \bar{c}(t))^2 f_c(c,t)dc\;. \tag{14}$$

Na podstawie wariancji można wyznaczyć odchylenie standardowe

$$\sigma_c(t) = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} (c - \bar{c}(t))^2 f_c(c,t)dc}\;. \tag{15}$$

Współczynnika β jest zależny od zmiennej losowej $c(t,e)$, dlatego funkcję gęstości prawdopodobieństwa można wyznaczyć ze wzoru

$$f_\beta(\beta,t)=\frac{d}{d\beta}\int_{-\infty}^{c(\beta,t)} f_c(c,\,t)dc\,, \tag{16}$$

gdzie na podstawie wzoru (9)

$$c(\beta,t)=-\beta\cdot(c_0-c_b)\cdot t+c_0\,. \tag{17}$$

Zakładając, że zmienna losowa $c(t,e)$ ma rozkład normalny, zatem jej funkcja gęstości prawdopodobieństwa przyjmuje formę

$$f_c(c,\,t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_c(t)}\exp\left(-\frac{(c-\bar{c}(t))^2}{2\sigma_c^2(t)}\right). \tag{18}$$

Funkcja gęstości parametru β, po podstawieniu równania (18) do (16), wynosi

$$f_\beta(\beta,t)=\frac{d}{d\beta}\frac{1}{2\,\sigma_c(t)}\left(1+erf\,\frac{c(\beta,t)-\bar{c}(t)}{\sigma_c(t)\sqrt{2}}\right). \tag{19}$$

5. Badania eksperymentalne

W celu określenia stężenia wilgoci podczas suszenia wykonano cztery próby. W praktyce laboratoryjnej dokonuje się pomiaru ubytku masy wody w czasie, następnie przeliczana się ją na stężenie $c(t)$ i na podstawie zmian tej wielkości szacuje się parametr β.

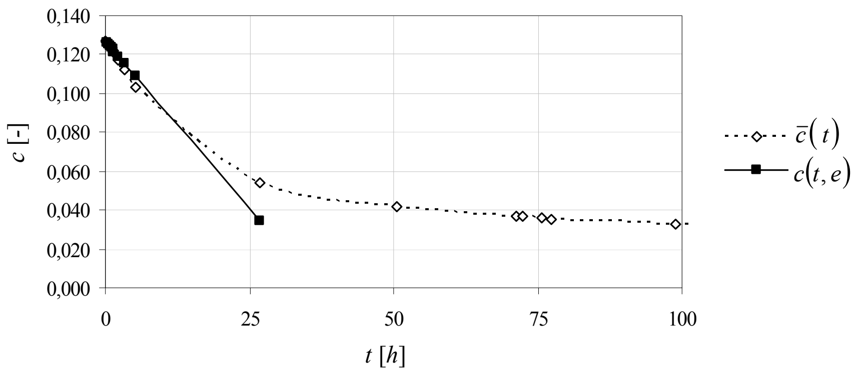
Poniżej przedstawiono wyniki pomiarów oraz typowe wartości parametrów określających losowość procesu tj. wartość średnią zawartości wilgoci, wariancję oraz odchylenie standardowe. Na podstawie równania (10), dla średnich wartości stężenia, obliczono wartość współczynnika β (tab. 2).

W wyniku przeprowadzonej analizy wyznaczono parametr β, który po podstawieniu do równia (9), wraz z parametrami c_0, c_b pozwala określić stężenie wilgoci w materiale

$$c(t)=-0{,}0346\cdot t+0{,}1267\,. \tag{20}$$

Tablica 1. Wyniki pomiarów

L.p.	Czas [h]	Koncentracja wody c, numer próby			
		1	2	3	4
1	0,25	0,12119	0,12515	0,11957	0,13892
2	0,50	0,12057	0,12452	0,11915	0,13834
3	0,75	0,11916	0,12315	0,11810	0,13725
4	1,00	0,11791	0,12195	0,11715	0,13628
5	1,25	0,11612	0,12025	0,11574	0,13486
6	1,50	0,11530	0,11948	0,11578	0,13419
7	2,25	0,11042	0,11486	0,11131	0,13051
8	3,25	0,10484	0,10955	0,10695	0,12586
9	5,25	0,09520	0,10029	0,09917	0,11786
10	26,75	0,04678	0,05164	0,04764	0,06886



Rys. 1. Koncentracja wody: $\bar{c}(t)$ wartość średnia, $c(t,e)$ wartość losowa.

Fig. 1 Water concentration: $\bar{c}(t)$ average value, $c(t,e)$ random value.

Tablica 2. Wartość średnia, wariancja, odchylenie standardowe, współczynnik β.

L.p.	Czas t [h]	Wartość średnia $\bar{c}(t)$	Wariancja $\sigma_c^2(t)$	Odchylenie standardowe $\sigma_c(t)$	Współczynnik β
1	0,25	0,126	0,00006	0,007613	0,0203
2	0,50	0,126	0,00006	0,007591	0,0214
3	0,75	0,124	0,00006	0,007647	0,0307
4	1,00	0,123	0,00006	0,007701	0,0340
5	1,25	0,122	0,00006	0,007778	0,0399
6	1,50	0,121	0,00006	0,007681	0,0369
7	2,25	0,117	0,00007	0,008100	0,0443
8	3,25	0,112	0,00007	0,008288	0,0460
9	5,25	0,103	0,00008	0,008712	0,0450
10	26,75	0,054	0,00008	0,008925	0,0274
Wartość średnia współczynnika β, [1/h]					**0,0346**

Oznaczenia symboli

m – masa, mass, [kg],
e – zdarzenie elementarne, elementary event,
P – prawdopodobieństwo, probability,
F – dystrybuanta zmiennej losowej, distribution of a random variable,
f – funkcja gęstości prawdopodobieństwa
σ^2 – wariancja, variance,
σ – odchylenie standardowe, standard deviation,
$\bar{c}$ – średnia wartość stężenia wody, average value of the water concentration, [-]
V – objętość, volume, [m^3]
A – powierzchnia, area, [m^2]
Δ – grubość warstwy wysychania, thickness of the drying layer,
j_i – strumień masy, mass flux [kg/(m^2·s)],
u_i^α – prędkość dyfuzyjna, diffusive velocity [m/s],
v_i^α – prędkość konwekcyjna, convective velocity [m/s],
w_i – prędkość barycentryczna, barycentric velocity [m/s],
ρ – gęstość, mass density, [kg/m^3],
$\rho^\alpha R^\alpha$ – źródło masy, mass source, [kg/(m^3·s)].

Literatura

[1] Kubik J., Świrska J., Wyrwał J.: Popowodziowe zawilgocenie budowli, OWPO Opole 1999.
[2] Kubik J.: Przepływy wilgoci w materiałach budowlanych, OWPO Opole 2000,
[3] Benjamin J. R., Cornell C. A.: Rachunek prawdopodobieństwa, statystyka matematyczna i teoria decyzji dla inżynierów, WNT Warszawa 1977,
[4] Poradnik inżyniera – matematyka, praca zbiorowa pod redakcją T. Trajdosa, P. Kucharczyka, WNT, Warszawa 1997.

DRYING OF MONUMENTAL BRICK WALLS

Summary

In this paper the random approach to determinate the moisture content in the ceramic brick was assigned. The analytic solution of the differential equation of the moisture balance was introduced in first order. Subsequently for the average values of the concentration the parameter β was marked. He was used to qualification of the concentration function $c(t)$.