ROCZNIKI INŻYNIERII BUDOWLANEJ – ZESZYT 7/2007
Komisja Inżynierii Budowlanej Oddział Polskiej Akademii Nauk w Katowicach

WYZNACZANIE PARAMETRÓW FUNKCJI PEŁZANIA DREWNA W UJĘCIU LOSOWYM*

Kamil PAWLIK
Politechnika Opolska, Opole

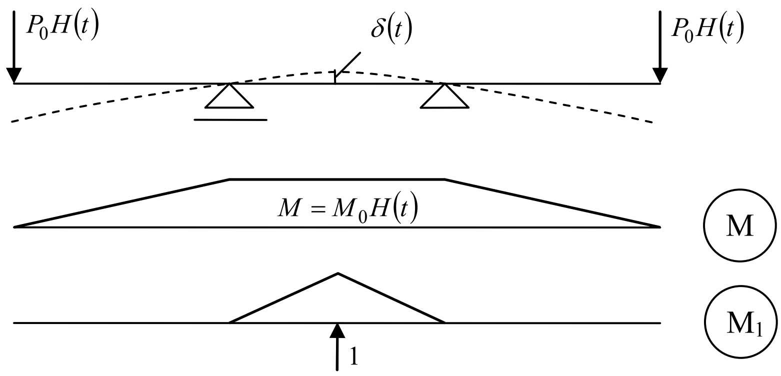
1. Wprowadzenie

W niniejszym artykule przedstawiono sposób wyznaczania funkcji pełzania drewna przy czystym zginaniu. Funkcję tę wyznaczono na podstawie pomiarów ugięć belki, które traktowane były jako zmienne losowe w poszczególnych chwilach czasowych. Z tego powodu problem został przedstawiony w ujęciu stochastycznym.

2. Identyfikacja funkcji pełzania

Wyjściowym punktem rozważań będzie, wynikająca z zasady prac przygotowanych, relacja łącząca odkształcenia z przemieszczeniami układów prętowych poddanych zginaniu [1], która ma postać

$$1 \cdot \delta = \int_S \kappa(s) M_1(s) ds \, . \tag{1}$$



Rys. 1. Schemat układu pomiarowego
Fig. 1 Diagram of mesurement system

* *Praca powstała w ramach seminarium Katedry Fizyki Materiałów WB PO z termomechaniki*

Podstawiając do równania (1) wyrażenie na krzywiznę uzyskamy

$$1 \cdot \delta(t) = \int_S \int_0^t \frac{1}{J} C(t-\tau) dM(\tau, s) M_1(s) d\tau ds \, . \tag{2}$$

Jeżeli obciążenie będzie stałe w czasie, moment zginający będzie równy $M = M_0$. Funkcja pełzania będzie wtedy dana wzorem

$$C(t) = \frac{J\delta(t)}{\int_S M_0 M_1 ds} \, , \tag{3}$$

Przekształcając wzór (3) otrzymamy

$$C(t) = A\delta(t), \text{ gdzie } A = \frac{J \cdot 1}{\int_S M_0 M_1 ds} \, . \tag{4}$$

Funkcja pełzania przyjmiemy w formie (jak np. w [2])

$$C(t) = C_\infty \left(1 - B\exp(-\gamma t)\right) . \tag{5}$$

Znając wartości parametrów C_∞ i B, które obliczymy znając ugięcie początkowe i końcowe, należy wyznaczyć jeszcze parametr γ. Wykorzystując równania (4) i (5) otrzymamy zależność na współczynnik γ w formie

$$\gamma = -\frac{\ln \frac{C_\infty - A\delta(t)}{C_\infty B}}{t} \, . \tag{6}$$

3. Losowe ujęcie problemu

W celu wyznaczenie parametrów funkcji pełzania (5) wykonano kilka prób, dlatego w dalszych rozważaniach przyjęto, że wielkość $\delta(t)$ jest wielkością losową $\delta(t,e)$. Możemy więc w każdej ustalonej chwili t określić funkcję gęstości prawdopodobieństwa $f_\delta(\delta, t)$ wielkości δ spełniającą zależność [3,4]

$$P_\delta(t)[\delta_1 \le \delta \le \delta_2] = \int_{\delta_1}^{\delta_2} f_\delta(\delta, t) d\delta \tag{7}$$

oraz dystrybuantę

$$F_\delta(\delta_1,t)=P_\delta[\delta\le\delta_1]=\int_{-\infty}^{h_1} f_\delta(\delta,t)d\delta\ , \tag{8}$$

gdzie zmienna t występuje jako parametr. Wówczas wartość średnią ugięcia belki $\delta(t)$ w chwili t można obliczyć ze wzoru

$$\bar{\delta}(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}\delta f_\delta(\delta,t)d\delta\ . \tag{9}$$

Odchylenie standardowe można obliczyć ze wzoru

$$\sigma_\delta(t)=\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\delta-\bar{\delta}(t)\right)^2 f(\delta,t)d\delta}\ . \tag{10}$$

Funkcję gęstości prawdopodobieństwa parametru γ, który jest zmienną losową zależną od zmiennej losowej $\delta(t,e)$, można wyznaczyć z zależności

$$f_\gamma(\gamma,t)=\frac{d}{d\gamma}\int_{-\infty}^{\delta(\gamma,t)} f_\delta(\delta,t)d\delta\ , \tag{11}$$

gdzie

$$\delta(\gamma,t)=\frac{C_\infty\left(1-B\exp(-\gamma t)\right)}{A}\ . \tag{12}$$

Przyjmując, że zmienna losowa $\delta(t,e)$ ma rozkład normalny jej funkcję gęstości prawdopodobieństwa można opisać wzorem [2]

$$f_\delta(\delta,t)=\frac{1}{\sigma_\delta(t)\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{\left(\delta-\bar{\delta}(t)\right)^2}{2\sigma_\delta{}^2(t)}\right], \tag{13}$$

a funkcję gęstości prawdopodobieństwa parametru γ

$$f_\gamma(\gamma,t)=\frac{d}{d\gamma}\left\{\frac{1}{2\sigma_\delta(t)}\left[erf\left(\frac{\delta(\gamma,t)-\bar{\delta}(t)}{\sigma_\delta(t)\sqrt{2}}\right)+1\right]\right\}. \tag{14}$$

4. Badania eksperymentalne

W celu wyznaczenia współczynników funkcji pełzania zostały wykonane 3 próby. Badane były próbki wykonane z drewna świerkowego o wymiarach 2cm×2cm×120cm, Obciążone były siłami $P = 70N$, a rozpiętość przęseł wynosiła 40cm. Badanie było przeprowadzane przy wilgotności względnej powietrza RH≈55% i trwało 15 dni. Wyniki uzyskane przedstawione są w tablicy 1.

Tablica 1. Wyniki pomiarów

Czas t **[h]**	**Ugięcie** δ **[mm]**		
	Próba		
	1	**2**	**3**
21	4,347	4,364	4,356
45	4,407	4,411	4,408
70	4,449	4,442	4,444
94	4,482	4,461	4,474
117	4,508	4,483	4,491
140	4,527	4,511	4,519
165	4,544	4,542	4,541
213	4,578	4,582	4,581
238	4,589	4,597	4,594
310	4,622	4,625	4,622
333	4,631	4,649	4,638
357	4,639	4,657	4,644

Wartości średnie, wariancje i odchylenia standardowe dla poszczególnych chwili t przedstawione są w tablicy 2.

Tablica 2. Średnie wartości ugięć, wariancje i odchylenia standardowe

Czas t **[h]**	**Wartość średnia** $\overline{\delta}$ **[mm]**	**Wariancja** σ^2 **[mm²]**	**Odchylenie stand.** σ **[mm]**
21	4,356	0,000070	0,008355
45	4,409	0,000004	0,00191
70	4,445	0,000014	0,003736
94	4,472	0,000116	0,010763
117	4,494	0,000166	0,0129
140	4,519	0,000066	0,008154
165	4,542	0,000002	0,001571
213	4,580	0,000004	0,001963
238	4,593	0,000015	0,003903
310	4,623	0,000002	0,001554
333	4,639	0,000079	0,00891
357	4,647	0,000083	0,009121

Dla tak przeprowadzonego eksperymentu współczynnik A z równania (4) wynosi 238,1 m/MN. Znając ugięcie początkowe i końcowe, możemy obliczyć parametry równania (5), które wynoszą kolejno $C_\infty = 1122\, m^2 / GN$ i $B = 0{,}085$. Wartości współczynnika γ z równania (6) obliczone dla średnich ugięć w kolejnych krokach czasowych przedstawione są w tablicy 3.

Tablica 3. Współczynniki γ w kolejnych chwilach t

Czas t **[h]**	**Wartość średnia** $\bar{\delta}$ **[mm]**	**Współczynnik** γ **[1/h]**
21	4,356	0,0055
45	4,409	0,0061
70	4,445	0,0058
94	4,472	0,0054
117	4,494	0,0052
140	4,519	0,0052
165	4,542	0,0052
213	4,580	0,0052
238	4,593	0,0051
310	4,623	0,0048
333	4,639	0,0051
357	4,647	0,0051
Wartość średnia $\bar{\gamma}$ **[1/h]**		**0,0053**
Wariancja σ^2 **[1/h²]**		$1{,}3\times10^{-3}$
Odchylenie standardowe σ **[1/h]**		0,0004

W wyniku przeprowadzonych obliczeń otrzymaliśmy wszystkie parametry funkcji pełzania i przedstawia się ona w formie

$$C(t) = 1122\left(1 - 0{,}085\exp\left(-\frac{0{,}0053}{h}t\right)\right)\frac{m^2}{GN}. \tag{15}$$

Oznaczenia symboli

$\delta(t)$ – przemieszczenie, displacement, [m],
κ – krzywizna, curvature, [1/m],
M – moment zginający, bending moment, [Nm],
J – moment bezwładności, moment of inertia, [m^4],
$C(t)$ – funkcja pełzania, creep function, [m^2/N],
γ – parametr funkcja pełzania, parameter of creep function, [1/h],
σ – odchylenie standardowe, standard deviation,
σ^2 – wariancja, variantion,
$\bar{x}$ – wartość średnia, mean value.

Literatura

[1] Kubik J., Mraczny K.: Kompozyty warstwowe z tworzyw odpadowych, Politechnika Opolska, Opole, 2001
[2] Kojima Y., Yamamoto H.: Effect of microfibril angle on the longitudinal tensile creep behavior of wood, Int. J. Wood Sci., 50, 301-306, 2004
[3] Brandt S.: Analiza danych, WN PWN, Warszawa, 1998
[4] Poradnik inżyniera – Matematyka, Praca zbiorowa pod redakcją T. Trajdosa i P. Kucharczyka, WNT, Warszawa, 1997

DETERMINING OF CREEP FUNCTION OF WOOD AS A RANDOM CASE

Summary

In the paper coefficients of creep function of wood at pure bending was determined. They were determined on the basis of measurements of beam deflections. Creep function is time function and beam deflections in following times are random variables. Therefore, analysed problem as stochastic case was treated.