# NUMERICKÁ ANALÝZA KONTAKTNÝCH NAPÄTÍ POD ŠTVORCOVÝM PLOŠNÝM ZÁKLADOM – VPLYV TUHOSTI A VÄZBY NA KONTAKTNEJ PLOCHE

## Ľuboš HRUŠTINEC, Jozef KUZMA Stavebná fakulta STU v Bratislave

#### 1. Anotácia

V príspevku sa zaoberáme numerickou analýzou kontaktných napätí pod tuhým a flexibilným štvorcovým plošným základom. Analýza je zameraná na vplyv tuhosti systému základová konštrukcia - podložie a väzby (obojstrannej a jednostrannej s trením a bez trenia) na veľkosť zvislých normálových a šmykových kontaktných napätí.

## 2. Úvod

Pri navrhovaní základových konštrukcií a posudzovaní základovej pôdy z hľadiska medzného stavu únosnosti musíme poznať rozdelenie kontaktného napätia v základovej škáre, resp. na kontaktnej ploche. Na veľkosť a rozdelenie kontaktného napätia medzi základom a podložím vplýva množstvo rôznych faktorov. Vo všeobecnosti sa predpokladá, že rozdelenie napätí závisí od relatívnej tuhosti základovej konštrukcie vzhľadom na podložie. Medzi najvýznamnejšie faktory ovplyvňujúce relatívnu tuhosť základu patria:

- geometrický tvar, rozmery a deformačné parametre základovej konštrukcie,
- vrstevnatosť, nehomogenita, anizotropia a deformačné parametre podložia,
- väzba a trenie na kontaktnej ploche medzi základovou konštrukciou a podložím.

Uvedené faktory významne vplývajú na definovanie vstupných údajov a predurčujú zložitosť okrajových podmienok problému interakcie základovej konštrukcie s podložím. V príspevku sa podrobnejšie zaoberáme vplyvom tuhosti štvorcovej základovej konštrukcie a väzby (obojstrannej a jednostrannej s trením a bez trenia) na kontaktnej ploche medzi základom a podložím na rozdelenie a veľkosť zvislých normálových a šmykových napätí. Komplexná numerická analýza interakcie plošných základov s podložím je uvedená v [1].

## 3. Stanovenie tuhosti systému "základová konštrukcia - podložie"

Jedným z rozhodujúcich a problematických vstupných údajov do výpočtu spolupôsobenia stavebnej konštrukcie s podložím je parameter "tuhosti", ktorý vo všeobecnosti vyjadruje relatívny vzťah medzi charakteristikami stavebnej, resp. základovej konštrukcie a materiálovými charakteristikami podložia. Jednotlivé východiská stanovenia relatívnej tuhosti "k", resp. flexibility stavebnej konštrukcie boli vo všeobecnosti stanovené

pre systém "základová konštrukcia – podložie", alebo systém "konštrukcia hornej stavby základová konštrukcia - podložie". Prevažná väčšina vzťahov používaných v praktických výpočtoch pre určenie relatívnej tuhosti je definovaná pre systém "základ - podložie" a vychádza z pomeru ohybovej tuhosti základovej konštrukcie k tuhosti podložia vyjadrenej modulom pretvárnosti, resp. pružnosti. Takýto postup uvádza [2] vzťahom:

$$k = \frac{E_f}{E_{def}} \left(\frac{t}{B}\right)^3.$$
 (1)

Ak relatívna tuhosť k<1 základ je flexibilný (resp. poddajný) ak k>1 základ je tuhý. Kritéria tuhosti pre systém "horná stavba - základová konštrukcia - podložie" reálnejšie vystihujú správanie stavebnej konštrukcie. S nastupujúcim trendom využívania numerických metód pri modelovaní interakcie stavebných konštrukcií s podložím nastáva kvalitatívny posun smerom k reálnejšiemu vystihnutiu celkovej tuhosti systému "konštrukcia hornej stavby - základ - podložie".

#### 4. Okrajové podmienky riešeného problému

Pri tvorbe výpočtových modelov pre numerické výpočty bolo rozhodujúcim kritériom zachovanie fyzikálnej podstaty riešeného problému, t.j. vystihnutie skutočného správania plošnej základovej konštrukcie a podložia tvoreného zeminou s reálnymi fyzikálnymi vlastnosťami. Pri voľbe matematického aparátu a teoretických predpokladov modelových výpočtov bolo rozhodujúcim kritériom výstižne popísať fyzikálne správanie sa plošnej základovej konštrukcie na hutnom homogénnom piesčitom podloží pri pôsobení relatívne malého vonkajšieho zaťaženia, resp. relatívne nízkej úrovni napätí v podloží vyvolaných zaťažením základovej konštrukcie, ktoré nepresahujú kritické hodnoty zaťaženia a pri pôsobení ktorých nedochádza v podloží základu ku vzniku výraznejších plastických oblastí. Kontaktná úloha je riešená ako priestorová v zmysle predpokladov teórie lineárne pružného polopriestoru. Analýza interakcie základovej konštrukcie s podložím je zameraná na faktor geometrického tvaru základu a väzby a trenia na kontaktnej ploche (v základovej škáre).

### a) Definovanie geometrického tvaru a tuhosti základovej konštrukcie

Geometrický tvar základovej konštrukcie je možné považovať za najvšeobecnejší faktor ovplyvňujúci relatívnu tuhosť systému "základ – podložie", ktorý vieme relatívne presne určiť takmer pri všetkých plošných základových konštrukciách. Geometrické charakteristiky a tuhosti riešených modelov štvorcových základov sú uvedené v tabuľke 1. Relatívna tuhosť základovej konštrukcie "k" bola vypočítaná podľa vzťahu (1).

Geometrický	Označenie	R	ozmery zák	ladu	Relatívna	Posúdania tubosti	
tvar	modelu	šírka	dĺžka	výška	tuhosť	r osudellie tullosti	
základu	základu	B / mm /	L / mm /	t / mm /	k / - /	Zakladu	
ŠTVOREC	A (100)	200,0	200,0	100,0	1009,62	Tuhý	
	A (25)			25,0	15,78	Tuhý	
	A (15)			15,0	3,407	Tuhý	
	A (10)			10,0	1,009	Tuhý až ohybný	
	A (5)			5,0	0,126	Ohybný	
	A (2,5)			2,5	0,016	Ohybný	

Tabuľka 1. Geometrické charakteristiky a tuhosť základov

#### b) Definovanie fyzikálnych vlastností modelu základovej konštrukcie a podložia

Vo výpočtoch je uvažované s modelom základu z ocele, ktorý je založený na podloží tvorenom hutnou piesčitou zeminou. Priestor (objem) podložia pod modelom základu je modelovaný valcom o priemere a výške 0,8m. Fyzikálne vlastnosti základu a podložia použité vo výpočtoch sú uvedené v tabuľke 2. Model základu bol zaťažený osovou silou "F", ktorá vyvolá priemerné kontaktné napätie o veľkosti do  $\Box$ m=76,5kPa, t.j. v pružnej oblasti pretvorenia hutného piesčitého podložia.

		Fyzikálne vlastnosti					
Model	Materiál	Modul pružnosti	Poissonove číslo				
		E / MPa /	ν /-/				
Základ	Oceľ	210 000	0,20				
Podložie	Hutný piesok	26	0,28				

Tabuľka 2. Fyzikálne vlastnosti modelu základu a podložia

#### c) Definovanie väzby a trenia na kontaktnej ploche

Z hľadiska vplyvu väzby a trenia na kontaktnej ploche medzi základom a podložím boli modelované tri nasledujúce prípady:

- obojstranná väzba (prenos tlakových aj ťahových síl a trenia pevným spojením v úrovni kontaktnej plochy základu a podložia),
- jednostranná väzba s trením (prenos iba tlakových síl a trenia na kontaktnej ploche základu s podložím ak uhol vnútorného trenia φ=35°, resp. trenie tgφ=0,7),
- jednostranná väzba bez trenia (prenos iba ťahových síl bez trenia medzi základom a podložím, t.j. ak uhol vnútorného trenia φ=0°, resp. trenie tgφ=0,0).

Všeobecne známou nevýhodou modelu s dvojstrannou väzbou je prenos ťahových síl medzi základom a podložím. Model s jednostrannou väzbou reálnejšie vystihuje správanie sa skutočných základov, pri ktorých dochádza na určitej (ťahanej) oblasti kontaktnej plochy k oddeleniu základu od podložia.





modelov

Úloha je riešená výpočtovým programom ANSYS<sup>®</sup>[3]. Spolupôsobenie základovej konštrukcie s podložím je riešené deformačným variantom metódy konečných prvkov (MKP). Pri delení spojitých oblastí modelu podložia a základu boli použité 3-D konečné prvky SOLID45. Prvkami SOLID45 bola modelovaná obojstranná medzi základom a podložím. väzba Pri jednostrannej väzbe sú na modelovanie kontaktu medzi základom a podložím použité 8-uzlové 3-D kontaktné prvky (TARGE 170 + CONTA 174). Kontaktné prvky sú definované základnou materiálovou vlastnosťou tzv. koeficientom trenia (MU=tg\$) a celkom 13 reálnymi konštantami, ktoré modelujú fyzikálne správanie na kontaktnej ploche základu a podložia. Trenie medzi základom

a podložím je predpokladané podľa Coulombovej teórie. Zo zvolených okrajových podmienok (geometrický tvar modelu a pôsobenie centrického silového zaťaženia) vyplýva, že riešená úloha je osovo symetrická. Z uvedeného dôvodu boli výpočty uskutočnené na 1/4 celého modelu podložia a základu. Schematické znázornenie riešeného výpočtového modelu tuhého základu s dvojstrannou a jednostrannou väzbou s výsledným delením na konečné prvky a statickými okrajovými podmienkami je uvedené na obrázku 1.

#### 5. Zhodnotenie výsledkov numerických výpočtov

Z numerických výpočtov vyplynulo množstvo kvantitatívnych a kvalitatívnych výsledkov a poznatkov. V tabuľke 3 sú uvedené výsledné hodnoty pomerných zvislých normálových a šmykových kontaktných napätí pre reprezentatívne body (os, charakteristický bod, okraj a roh) riešených tuhých (k=1009,6) a flexibilných (k=0,016) modelov základov. Na obrázku 2 je graficky vyhodnotené rozdelenie pomerných zvislých normálových ( $\sigma_z/\sigma_m$ ) kontaktných napätí pri pôsobení jednostrannej (bez trenia) a dvojstrannej väzby v základovej škáre. Na obrázku 3 je graficky vyhodnotené rozdelenie pomerných šmykových ( $\tau_{yz}/\sigma_m$ ) kontaktných napätí pri pôsobení jednostrannej (bez trenia) a dvojstrannej väzby v základovej škáre. Izoplochy zvislých normálových a šmykových kontaktných napätí pre flexibilný základ (k=0,016) s obojstrannou a jednostrannou väzbou (bez trenia) a tuhý základ (k=1009,6) s obojstrannou väzbou v základovej škáre pri pôsobení priemerného zaťaženia  $\sigma_m$ =50,0kPa sú na obrázkoch 4 a 5.

Vo všeobecnosti je možné konštatovať, že z vyhodnotenia numerických výsledkov vyplýva významný vplyv tuhosti, väzby a trenia v základovej škáre na veľkosť a rozdelenie kontaktných napätí. Pri relatívnej tuhosti k>10 je z hľadiska rozdelenia kontaktných napätí a pretvorenia možné považovať základové konštrukcie za dokonale tuhé. Vplyv väzby na kontaktnej ploche pravouhlých základov sa výraznejšie začína prejavovať pri poklese relatívnej tuhosti pod hodnotu 0,1 (k<0,1). Veľkosť a rozdelenie kontaktných napätí v základovej škáre ohybných základov vo významnej miere závisí od veľkosti efektívnej plochy základovej konštrukcie, t.j. od plochy základu, ktorá je v plnom kontakte s podložím a na ktorej pôsobí trenie. Vplyv trenia sa najvýraznejšie prejavuje na veľkosti kontaktných napätí približne v strednej oblasti plochy základu, ktorá je v plnom kontakte s podložím.

			-		•					0		
Poloha bodu na kontaktnej ploche základovej konštrukcie	Pomerné kontaktné napätia pri pôsobení jednostranej väzby (s trením, bez trenia ) a dvojstrannej väzby v úrovni základovej škáry pri intenzite priemerneho napätia $\sigma_m = 50,0 \text{ kPa}$											
	Pomerné zvislé normálové napätie $\sigma_z / \sigma_m$ [-]				Pomerné šmykové napätie t <sub>yz</sub> / σ <sub>m</sub> [-]				$\begin{array}{c c} Pomerné\\ zvislé normálové\\ napätie\\ \sigma_z  /  \sigma_m & [-] \end{array} \begin{array}{c} Pomerr\\ {}^{s}mykové n\\ \tau_{yz}  /  \sigma_m \end{array}$		erné napätie [-]	
	Jednostranná väzba											
	bez trenia		s trením		bez trenia		s trením		Dvojstrailla vazoa			
	Т	F	Т	F	Т	F	Т	F	Т	F	Т	F
	k=1009,6	k=0,016	k=1009,6	k=0,016	k=1009,6	k=0,016	k=1009,6	k=0,016	k=1009,6	k=0,016	k=1009,6	k=0,016
OS	-0,49	-7,99	-0,50	-7,99	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,49	-7,92	0,00	0,00
okraj	-1,41	-0,01	-1,40	-0,02	0,19	0,04	0,28	0,06	-1,48	0,33	0,34	0,33
charakteristický bod	-0,88	0,64	-0,87	-0,02	-0,06	-0,05	0,02	0,03	-0,85	-0,10	0,02	0,25
roh	-2,59	-0,01	-2,50	-0,01	0,38	0,00	0,44	0,01	-3,10	0,99	0,57	-0,01

Tabuľka 3. Vplyv tuhosti a väzby v úrovni základovej škáry na veľkosť kontaktných napätí v reprezentatívnych bodoch štvorcovej základovej konštrukcie

Poznámka: T - tuhý základ (k > 1,0); F - flexibilý základ (k < 1,0)



Obr. 2. Vplyv tuhosti na veľkosť pomerných zvislých normálových kontaktných napätí  $\sigma_{z'}\sigma_m$ 



Obr. 3. Vplyv tuhosti na veľkosť pomerných šmykových kontaktných napätí  $\tau_{yz}/\sigma_m$ 



Obr. 4. Izoplochy zvislých normálových kontaktných napätí vypočítané pre flexibilný a tuhý základ pri intenzite priemerného napätia  $\sigma_m$ =50,0 kPa



Obr. 5. Izoplochy šmykových kontaktných napätí vypočítané pre flexibilný a tuhý základ pri intenzite priemerného napätia  $\sigma_m$ =50,0 kPa

#### Zoznam symbolov

k	relatívna tuhosť základu [-]
$E_{f}$	modul pružnosti základovej konštrukcie [MPa]
$\check{E_{def}}$	modul deformácie podložia [MPa]
t	výška základu [mm]
В	šírka základu [mm]

## 5. Záver

Správne určenie veľkosti kontaktných napätí v základovej škáre má rozhodujúci vplyv na spoľahlivý návrh základovej konštrukcie. Zanedbanie účinkov interakcie základovej konštrukcie s podložím môže mať vplyv nielen na celkovú spoľahlivosť, ale aj na hospodárnosť založenia stavebného objektu. Prezentované výpočty preukázali, že zohľadnenie vplyvu trenia a väzby v základovej škáre umožňuje v praktických riešeniach reálnejšie a hospodárnejšie návrhy plošných štvorcových základových konštrukcií pri zachovaní požadovanej spoľahlivosti.

## Literatúra

- HRUŠTINEC, Ľ.: Analýza spolupôsobenia plošného základu s podložím. Dizertačná práca, Bratislava, 2002, 689 s.
- [2] STN 73 1001: Základová pôda pod plošnými základmi. Slovak Standard, 1987.
- [3] ANSYS<sup>®</sup>: User's Manual, Swanson Analysis System, Inc., Volume I. IV., 1999.

## NUMERICAL ANALYSIS OF CONTACT STRESSES UNDER SPREAD SQUARE FOUNDATION - INFLUENCE OF THE STIFFNESS AND COUPLING ON CONTACT AREA

#### **Summary**

The article dealing with numerical analysis of contact stresses under rigid and flexible spread square foundation. The presented analysis focuses on the influence of stiffness of the system "foundation – subsoil" and coupling (double sided and single sided coupling with friction and without friction) on the size of the normal and shear contact stresses.

Tento príspevok vznikol v rámci riešenia grantového projektu MŠ SR č.1/0578/08.