ROCZNIKI INŻYNIERII BUDOWLANEJ – ZESZYT 10/2010
Komisja Inżynierii Budowlanej Oddział Polskiej Akademii Nauk w Katowicach

METODA WYZNACZANIA DYFUZYJNOŚCI CIEPLNEJ NA PODSTAWIE POMIARÓW TERMOWIZYJNYCH. PODSTWY TEORETYCZNE.

Zbigniew PERKOWSKI
Politechnika Opolska, Opole

1. Wprowadzenie

Wyznaczanie dyfuzyjności cieplnej materiałów jest zagadnieniem rozwijanym od wielu lat, jednak problematyka ta jest wciąż aktualna naukowo, gdyż, z oczywistych względów znajomość tej właściwości materiałów inżynierskich jest niezbędna przy projektowaniu i diagnostyce produktów technicznych oraz kontroli wielu procesów technologicznych. W szczególności, ocena zmian w czasie charakterystyk cieplnych elementów ustrojów inżynierskich ma coraz większe znaczenie w ich diagnostyce (np. [1,2,8]). Ponieważ dyfuzyjność cieplna jest zależna od współczynnika przewodzenia ciepła, ciepła właściwego i gęstości materiału ($a=\lambda/\rho c$) to jest ona bardzo „pojemna informacyjnie". Np., wraz ze zmianą właściwości materiału z powodu zmiany jego składu chemicznego czy struktury, zmieniać się muszą wspomniane parametry i, w efekcie finalnym, także dyfuzyjnyść cieplna.

W literaturze przedmiotu spotkać można wiele prac poświęconych sposobom wyznaczania dyfuzyjności cieplnej materiału, z czego w większości są to prace opisujące techniki laboratoryjne, np.: metody nieustalonego nagrzewania lub chłodzenia [4,6,11], metody polegające na zadawaniu na brzegu próbek periodycznie zmieniającej się temperatury [9], laserowe metody impulsowe [7]. Ich wspólnym mianownikiem jest to, że dla określonych warunków początkowo-brzegowych ciała znane jest ścisłe rozwiązanie równania przewodnictwa, a które to warunki następnie próbuje się odtworzyć w laboratorium i dokonać pomiarów pola temperatury tak, by na podstawie rozwiązania ścisłego wyliczyć dyfuzyjność cieplną. Jednak z uwagi na ich specyfikę, sposób przygotowania próbek i zadawania warunków początkowo-brzegowych ograniczone lub niemożliwe jest ich zastosowanie w badaniach diagnostycznych „in situ". Z kolei badania diagnostyczne w tej dziedzinie polegają w chwili obecnej głównie na wykorzystaniu kamer IR i specjalistycznego sprzętu do wywoływania impulsu cieplnego (np. [1]). Z reguły ograniczone są one do konkretnego przypadku, w jakim autorzy metody ją stosują z uwagi na panujące podczas badań warunki brzegowe.

Stąd głównym celem pracy jest przedstawienie autorskiej prostej metody, w perspektywie służącej do wyznaczania „in situ" dyfuzyjności cieplnej szerokiej gamy materiałów w celach diagnostycznych. Przedstawiony sposób dalej postępowania polega na analizie zapisanego kamerą IR filmu pola temperatury na powierzchni badanego ciała, która została pobudzona punktowym impulsem cieplnym o niskiej mocy, przy wykorzystaniu ogólnych właściwości rozwiązania ścisłego równania przewodnictwa cieplnego w przypadku ciała znajdującego się w warunkach jednorodnych III rodzaju.

2. Podstawy teoretyczne metody

Rozważmy przypadek jednorodnego, izotropowego ciała zajmującego obszar V w R^3 i ograniczonego powierzchnią A bez źródeł ciepła, w chwili początkowej znajdującego się w stałej temperaturze. W pierwszym etapie jest ono poddane ogrzaniu na spójnym wycinku jego powierzchni zewnętrznej przy zachowaniu warunków brzegowych pierwszego rodzaju, przy czym na pozostałej części powierzchni obowiązują jednorodne warunki brzegowe trzeciego rodzaju. Po pewnym, ustalonym czasie ogrzewanie zostaje „wyłączone” i na całej powierzchni zewnętrznej ciało wymiana ciepło (ochładza się) z zachowaniem jednorodnych warunków trzeciego rodzaju, wg prawa Newtona (np. w [5]). Pole temperatury wyznaczyć można w tym przypadku na podstawie równania przewodnictwa cieplnego w przypadku bezźródłowym

$$\frac{\partial T}{\partial t} - a\nabla^2 T = 0\,. \tag{1}$$

Z kolei warunki początkowo-brzegowe można dla poszczególnych etapów rozpisać następująco:

$$\begin{gathered}
\text{warunek począocząt}\ :\ T\big|_{V,t=0} = T_0\big|_{V,t=0}\,, \\
\text{warunek brzegowy - etap 1 dla } t \in (0,t_1):\ \lambda\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)\Bigg|_{A_1} = \alpha\left(T\big|_{A_1} - T_e\right),\ T\big|_{A_2} = \tilde{T}\big|_{A_2}\,, \\
\text{warunek zszycia etapów}:\ T\big|_{V,t=t_1^-} = T\big|_{V,t=t_1^+}\,, \\
\text{warunek brzegowy - etap 2 dla } t \in (t_1,\infty):\ \lambda\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)\Bigg|_{A} = \alpha\left(T\big|_{A} - T_e\right),
\end{gathered} \tag{2}$$

gdzie: $A_1 \cup A_2 = A$; $\tilde{T}$, T_0 – znane funkcje; t_1 – czas trwania pierwszego etapu oraz $T_e=const$, $T_0=const$ i $\tilde{T} > T_0$ na całej A_2. Wtedy ogólne rozwiązanie równania przewodnictwa (1) w trakcie drugiego etapu procesu (chłodzenia) wyrażone będzie następująco [5]

$$\begin{aligned}
\Delta T = \sum_{i,j,k=1}^{\infty} & A_{ijk}\left(A_i \cos\left(K_i x\right) + B_i \sin\left(K_i x\right)\right)\left(C_j \cos\left(M_j y\right) + D_j \sin\left(M_j y\right)\right) \\
& \times\left(E_k \cos\left(N_k z\right) + F_k \sin\left(N_k z\right)\right)\cdot \exp\left(-\left(K_i^2 + M_j^2 + N_k^2\right)at\right),
\end{aligned} \tag{3}$$

gdzie: $\Delta T = T - T_e$; $A_{ijk}, A_i, B_i, C_j, D_j, E_k, F_k, K_i, M_j, N_k$– stałe współczynniki zależne od warunków brzegowo-początkowych i kształtu ciała. Pokazany nieskończony szereg jest szybko zbieżny i, z reguły, przy liczbie Fouriera Fo>0,3 [3] dochodzi do tzw. uporządkowanych warunków wymiany ciepła z otoczeniem i wystarcza z dużą dokładnością uwzględniać tylko pierwszy jego wyraz. W tym wypadku, w pewnym przybliżeniu, słuszne będą zapisy:

$$\Delta T \sim \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \ \Delta T \sim \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \ \Delta T \sim \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}. \tag{4}$$

Dalej załóżmy, że ciało posiada taki kształt, że część jego brzegu A_3 jest prostopadła do osi z. Zawierać on musi wycinek powierzchni A_2. Wtedy, jeśli zajdą warunki, o jakich jest powyżej mowa, równanie przewodnictwa (1) może być rozpisane dla punktów leżących na tej powierzchni w następujący sposób:

$$\begin{gathered} \frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial t}\bigg|_{A_3} + bT\big|_{A_3} + c = f\big|_{A_3}, \\ f = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \ A_2 \subset A_3 \subset A, \ T_e = -\frac{c}{b}, \end{gathered} \tag{5}$$

gdzie: c,b – stałe. W równaniu (5) $\partial T/\partial t$, T i f można wyznaczyć podczas badań z termogramów próbki sporządzonych kamerą IR, wobec czego nieznanymi w nim wielkościami są tylko odwrotność współczynnika wyrównywania temperatury $1/a$ oraz stałe b i c. Obliczyć je można wprost z następującego układu równań

$$\begin{gathered} \begin{cases} \dfrac{1}{a}\dfrac{\partial T(\mathbf{x}_1, t_2)}{\partial t} + bT(\mathbf{x}_1, t_2) + c = f(\mathbf{x}_1, t_2), \\ \dfrac{1}{a}\dfrac{\partial T(\mathbf{x}_2, t_2)}{\partial t} + bT(\mathbf{x}_2, t_2) + c = f(\mathbf{x}_2, t_2), \\ \dfrac{1}{a}\dfrac{\partial T(\mathbf{x}_3, t_2)}{\partial t} + bT(\mathbf{x}_3, t_2) + c = f(\mathbf{x}_3, t_2), \end{cases} \\ \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3 \in A_3, \ t_2 > t_1, \end{gathered} \tag{6}$$

gdzie: t_2 – chwila, przy której liczba Fouriera Fo jest na tyle duża, że obowiązuje warunek $(4)_3$. Sprawdzenia, czy Fo jest dość duże w celu sensownego rozwiązania układu (6), można dokonać ustalając, czy w przedziale czasu, zawierającym chwilę t_2, w punktach $\mathbf{x}_1$,$\mathbf{x}_2$ i $\mathbf{x}_3$, funkcja $\ln(\Delta T)$ będzie proporcjonalna do czasu t, co wynika wprost z równania (3), jeśli uwzględnimy tylko pierwszy składnik szeregu. Na podstawie układu równań (6) uzyskamy następujące wyrażenie na współczynnik wyrównywania temperatury

$$a = \frac{g}{h}, \tag{7}$$

gdzie:

$$g=\frac{\dot{T}(x_3)-\dot{T}(x_1)}{T(x_3)-T(x_1)}-\frac{\dot{T}(x_3)-\dot{T}(x_2)}{T(x_3)-T(x_2)},\ h=\frac{f(\mathbf{x}_3)-f(\mathbf{x}_1)}{T(\mathbf{x}_3)-T(\mathbf{x}_1)}-\frac{f(\mathbf{x}_3)-f(\mathbf{x}_2)}{T(\mathbf{x}_3)-T(\mathbf{x}_2)},\quad \text{dla } t=t_2 \tag{8}$$

Wyrażenie g jest, w istocie, różnicą współczynników kierunkowych siecznych funkcji $\partial T/\partial t(T)$, łączących takie jej punkty, które odpowiadają punktom przestrzennym $\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_3$ i $\mathbf{x}_2,\mathbf{x}_3$. Takie same znaczenie ma wyrażenie h względem funkcji $f(T)$. Wobec tego, w realnych warunkach pomiarowych, kiedy mierzone temperatury obarczone są błędami, dobór punktów $\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2$ i $\mathbf{x}_3$ do układu równań (6) powinien być taki, by odległości pomiędzy nimi były możliwie jak największe. Skutkowałoby to wyznaczeniem współczynników kierunkowych siecznych zawartych w wyrażeniach g i h z jak najmniejszym błędem.

3. Zakończenie

W pracy przedstawiono podstawy teoretyczne metody umożliwiającej bezinwazyjny pomiar dyfuzyjności cieplnej. Z uwagi na fakt, że metoda wymaga precyzyjnego zmierzenia temperatury i jej pochodnych przestrzennych oraz pochodnej czasowej w wybranych punktach próbki, to wymaga ona zastosowania kamer termowizyjnych o podwyższonej dokładności. Ponieważ, w istocie, obraz kamery termowizyjnej mierzy dyskretnie funkcję temperatury na ortogonalnej siatce punktów o kroku odpowiadającym odległościom pomiędzy pikselami obrazu i jest on nagrywany co określony przez użytkownika kamery interwał czasowy, to obliczenie pochodnych można przeprowadzić wykorzystując wzory na różnice skończone funkcji. W tym celu, aby podnieść dokładność obliczeń, należy zastosować procedury „wygładzające" mierzoną funkcję temperatury i eliminujące szum pomiarowy. Konieczność wymienionych działań stanowi wadę proponowanej metody. Do zalet metody należy zaliczyć możliwość stosunkowo prostej realizacji samego pomiaru, która sprowadza się do „nagrania" kamerą termowizyjną filmu rozpływu temperatury na powierzchni próbki pobudzonej impulsem „o tzw. niskiej mocy", np. poprzez krótkie zetknięcie jej z innym ciałem o wyższej temperaturze. Także, z uwagi na strukturę wzoru (7) do wyznaczania dyfuzyjności cieplnej, metoda niewrażliwa jest na błędy pomiarowe kamery, które mogą być wywołane niedokładnymi jej ustawieniami mającymi na celu eliminację wpływu, tzw. „nieczarności" ciała [10]. Ponieważ temperatura skorygowana, w takim wypadku, może być obliczana ze wzoru typu $T_{skorygowane}=k\cdot T_{zmierzone}$ [10], gdzie k jest współczynnikiem korekcyjnym zależnym od emisyjności ciała, to wzór (7) pozwala na jego eliminację z rozważań.

Oznaczenia symboli

a – dyfuzyjność cieplna (współczynnik wyrównywania temperatury), thermal diffusivity, [m^2/s],

k – współczynnik korekcyjny emisyjności nieczarnego ciała, correction factor of non- black body radiation, [-] ,

n – wektor normalny do A, normal vector to A,

t – czas, time, [s],
t_1, t_2 – chwile czasowe, moments of time, [s],
$\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2$, $\mathbf{x}_3$ – punkty w R^3, points in R^3,
A – powierzchnia ograniczająca ciało w R^3, surface restricting body in R^3, [m^2],
A_1, A_2, A_3 – spójne wycinki A, connected sectors of A, [m^2],
Fo – liczba Fouriera, Fourier number, [-],
T – temperatura, temperature, [K],
T_e – temperatura otoczenia, temperature of surroundings, [K],
ΔT – przyrost temperatury względem T_e, temperature increment to T_e, [K],
V – obszar zajmowany przez ciało w R^3, area occupied by body in R^3, [m^3],
α – współczynnik przejmowania ciepła przez otoczenie, surface film conductance, [$J/(s \cdot m^2 \cdot K)$],
λ – współczynnik przewodzenia ciepła, thermal conductivity, [$J/(s \cdot m \cdot K)$],
ρ – gęstość masy, mass density, [kg/m^3],
∇^2 – laplasjan, Laplacian, [$1/m^2$].

Literatura

[1] Bison P. G., Cernuschi F., Grinzato E., Marinetti S., D. Robba, Ageing evaluation of thermal barrier coatings by thermal diffusivity, Infrared Physics & Technology, 49, 2007, 286-291.
[2] Dudzik S., A simple method for defect area detection using activate thermography, Opto-electronics Review, 17, 4, 338-344.
[3] Fodemski T.R. (red.), Pomiary cieplne, Cz. I, Podstawowe pomiary cieplne, Podręczniki akademckie, Mechanika, WNT, Warszawa, 1993, 2001.
[4] Gi-Won N., Cheol-Won K., Yeong-Moo Y., Akira O., Thermal diffusivity measurement of BMS 10-102 thermal insulation material in a vaccum condition using a cyclic heating method, Thermochimica Acta, 494, 2009, 123-128.
[5] Kącki E., Równania różniczkowe cząstkowe w zagadnieniach fizyki i techniki, WNT, Warszawa, 1989.
[6] Laskar J.M., Bagavathiappan M., Sardar M., Jaykumar J. P., Baldev R., Measurement of thermal diffusivity of solids using infrared thermography, Materials Letters, 62, 2008, 2740-2742.
[7] Martinsons C. D., Levick A. P., Edwards G. J., Measurement of the thermal diffusivity of solids with an improved accuracy, Int. J. Thermophysics, 24, 4, 2003, 1171-1183.
[8] Mróz Z., Thermographic identification of defects in structures, Proc. CISM – Advanced School on Parameter Identification of Materials and Structures, Udine, 2003.
[9] Muscio A., Bison P.G., Marinetti S., Grinzato E., Thermal diffusivity measurement in slabs using harmonic and one-dimensional propagation of thermal waves, Int. Journal of Thermal Sciences, 43, 2004, 453-463.
[10] Piotrowski J. (red.), Czujniki i metody pomiarowe wybranych wielkości fizycznych i składu chemicznego, Pomiary, WNT, Warszawa, 2009.
[11] Ukrainczyk N., Thermal diffusivity estimation using numerical inverse solution for 1D heat conduction, Int. J. Heat and Mass Transfer, 52, 2009, 5675-5681.

A METHOD OF DETERMINING OF THERMAL DIFFUSIVITY BASED ON THERMOGRAPHIC MEASUREMENTS. THEORETICAL BACKGROUND.

Summary

A theoretical background of new method for thermal diffusivity measurements is presented in the work. It employs thermograms form a IR camera and consist in a determination of thermal diffusivity directly from the classical heat equation in the sourceless case. It utilises an assumption that temperature may be described as the Fourier series in a body during cooling in the homogeneous boundary conditions described by the Newton law and only the first summand in the series is meaningful for sufficiently big Fourier number (Fo>0.3). Thanks to it temperature measurements on the plane surface of investigated body made by a IR camera are sufficient for the method because the second partial derivative of temperature function in the direction perpendicular to the surface of body may be expressed as a linear function of temperature. In such situation all temperature quantities in the heat equation of the points on the external surface of the body may be calculated (with use of proper formulas on the finite differences) at basing on the data recorded by a IR camera during the cooling process. Finally the thermal diffusivity and factors form the introduced linear dependence between temperature and the second partial derivative of temperature in the perpendicular direction to the surface of body may be determined form system of equations obtained from the modified heat equation given at three different points on the surface.