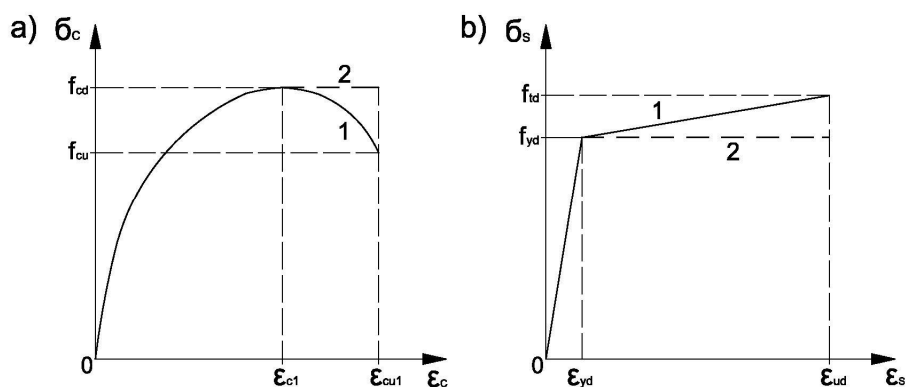


OBLICZANIE PRZEKROJÓW ŻELBETOWYCH ELEMENTÓW PRĘTOWYCH Z UWZGLĘDNIENIEM NIELINIOWOŚCI FIZYCZNEJ I GEOMETRYCZNEJ

Edward MAŁEK
Politechnika Opolska, Opole

1. Wprowadzenie

W artykule jest mowa o obliczaniu w stanie granicznym nośności przekrojów żelbetowych o dowolnym konturze w postaci linii łamanej, mających przynajmniej jedną płaszczyznę symetrii i obciążonych siłami obliczeniowymi działającymi zgodnie z momentem zginającym M_{sd} i siłą podłużną N_{sd} ściskającą lub rozciągającą. Uwzględniana w obliczeniach prętowych elementów żelbetowych nieliniowość fizyczna tkwi w materiałowym związku $\sigma_c - \varepsilon_c$ dla betonu ściskanego, którego nieliniową postać pokazano na rys. 1a. Równania fizyczne tego związku, jak też bilinearnego związku $\sigma_s - \varepsilon_s$ dla stali zbrojeniowej (rys.1b), podano w pracy [1].



Rys. 1. Wykresy typu naprężenie – odkształcenie: a) dla betonu ściskanego $\sigma_c - \varepsilon_c$,
b) dla stali zbrojeniowej $\sigma_s - \varepsilon_s$, (1 – podstawowe, 2 – alternatywne)

Fig. 1. Stress – strain diagrams: a) for concrete under compression $\sigma_c - \varepsilon_c$,
b) for reinforcing steel $\sigma_s - \varepsilon_s$, (1 – essential, 2 – alternative)

Nieliniowość geometryczna występuje tylko w elementach zginanych z udziałem siły podłużnej ściskającej. Na nieliniowość tę składają się imperfekcje (mimośrodowość niezamierzone) i tzw. efekty II rzędu, czyli powiększanie się mimośrodu początkowego

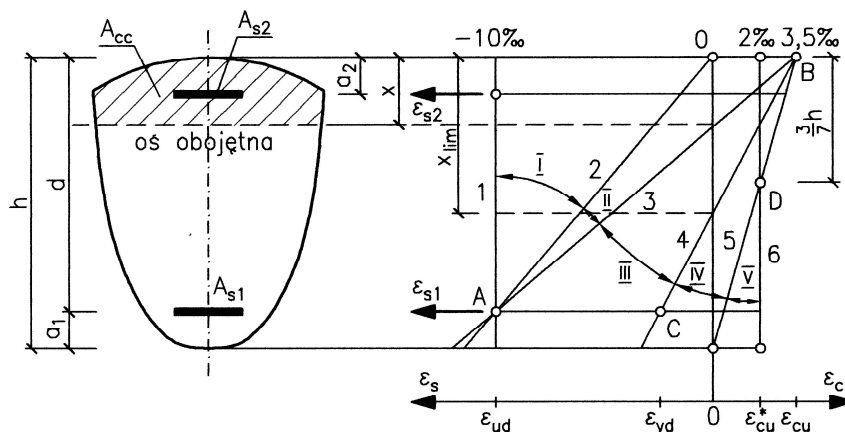
podłużnej siły ściskającej na skutek wyginania się smukłego elementu żelbetowego, przy czym w obliczeniach możliwe jest także uwzględnienie długotrwałości działania tej siły.

Obliczenia przekrojów elementów żelbetowych prętowych w stanie granicznym nośności obejmują wyznaczanie przekroju występującego w nich stalowego zbrojenia (wymiarowanie) oraz ich nośności. W tym celu, w dotychczas opracowanych w Polsce metodach obliczeniowych proponuje się obszerne tablice pomocnicze [2, 3], całe rodziny wykresów interakcji [4] albo zbiór rozbudowanych wyrażeń algebraicznych [5], uciążliwych dla użytkowników i stwarzających możliwości pomyłek w obliczeniach. Taki stan rzeczy jest powodowany brakiem umiejętności numerycznego całkowania bryły naprężeń normalnych w betonie strefy ściskanej przekrojów elementów, zwłaszcza gdy przekrój tej bryły ma kontur krzywoliniowy jak na rys. 1a i 3.

Autor niniejszego artykułu, po rozwiązaniu ww. problemu całkowania, opracował numeryczną metodę obliczania przekrojów dowolnych o konturze jak na rys. 3. Metoda ta szczegółowo przedstawiona została w pracy [1].

2. Podstawowe założenia

W metodzie pominięto wytrzymałość betonu na rozciąganie, uwzględniono zasadę płaskości przekrojów oraz naprężenia normalne w betonie i stali, ustalone na podstawie zależności pokazanych na rys.1, przy czym towarzyszące im odkształcenia podłużne (normalne) dobierane są dla granicznych położenia płaskiego przekroju jak na rys. 2.



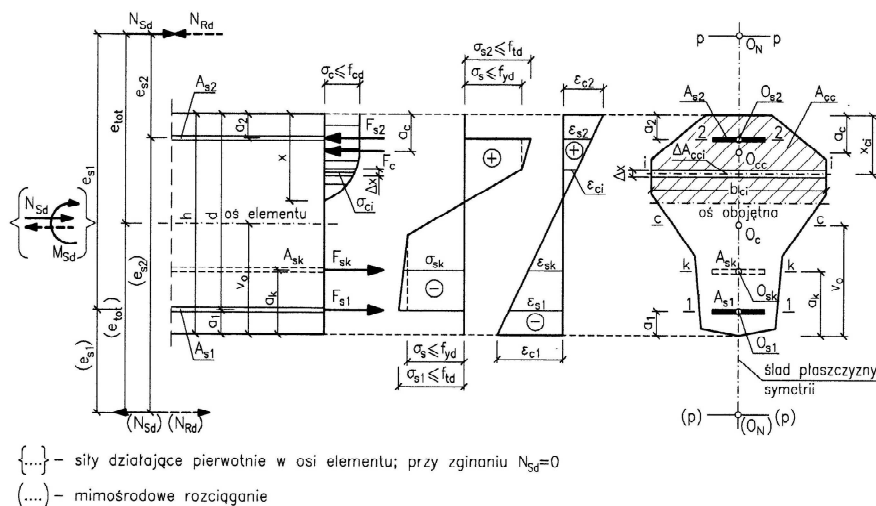
Rys. 2. Odkształcenia ε płaskiego przekroju żelbetowego i jego graniczne położenia 1 ÷ 6
Fig. 2. Strains ε of a flat reinforced concrete section and its limit positions 1 ÷ 6

3. Zarys metody obliczeń

Przedmiotem obliczeń jest wieloboczny przekrój żelbetowy jak na rys. 3, a ich celem wyznaczenie pól przekrojów zbrojeń A_{s1} i A_{s2} oraz nośności przekroju M_{Rd} lub N_{Rd} - przy odpowiednim wykorzystaniu będących do dyspozycji dwóch podstawowych równań równowagi, które dla elementów zginanych z udziałem siły podłużnej przybierają postać:

$$\sum N = F_c + \sum_{k=1}^{k=n} \sigma_{sk} A_{sk} \mp N_{Sd} = 0, \quad (1)$$

$$\sum M = F_c [e_{tot} \mp (h - v_o - a_c)] + \sum_{k=1}^{k=n} \sigma_{sk} A_{sk} [e_{tot} \pm (v_o - a_k)] = 0. \quad (2)$$



Rys. 3. Układ sił oraz rozkład naprężeń i odkształceń normalnych w dowolnym przekroju żelbetowym (o konturze wielobocznym)

Fig. 3. Forces, normal stress and strain distributions in a arbitrary reinforced concrete section (with polygonal contour)

Znaki górne we wzorach (1) i (2) odnoszą się do przekroju mimośrodowo ściskanego, zaś znaki dolne – do mimośrodowo rozciąganego. Jeżeli w przekroju nie występuje siła podłużna, to we wzorze (1) przyjmuje się $N_{Sd} = 0$, zaś we wzorze (2) wprowadza moment M_{Sd} ze znakiem „minus” oraz przyjmuje się $e_{tot} = 0$, a w miejscach gdzie występują znaki podwójne (\pm) – wstawia tylko znak „plus”.

Do obliczania przekrojów autor opracował program komputerowy WN-ZSR, którego algorytmy przedstawione zostały w [1]. W ogólności, obliczenia numeryczne zbrojenia w przekroju pojedynczo zbrojonym polegają na iteracyjnym poszukiwaniu takiego położenia osi obojętnej x – w obszarze odkształceń jak na rys. 2 – i takiej wartości pola przekroju zbrojenia A_{s1} (drogą kolejnych przybliżeń), przy których spełnione zostają równania równowagi (1) i (2). Jednocześnie, dla każdej wartości wysokości strefy ściskanej x wyznaczana jest wypadkowa F_c bryły naprężeń ściskających i położenie a_c punktu jej przyłożenia O_{cc} (rys. 3), według zależności

$$a_c = \left(\sum_{i=1}^{i=m} x_{ci} \sigma_{ci} \Delta A_{cci} \right) / \left(\sum_{i=1}^{i=m} \sigma_{ci} \Delta A_{cci} \right) \quad (3)$$

drogą numerycznego sumowania (całkowania) elementarnych sił ściskających z m równoległych do osi obojętnej wąskich pasków o polu powierzchni $\Delta A_{cci} = b_{ci} \Delta x$ (rys. 3). Oznaczenia wielkości występujących we wzorach (1), (2) i (3) znajdują się na rys. 3.

W przypadku wymiarowania zbrojenia w przekroju podwójnie zbrojonym, w którym występują trzy wielkości niewiadome: x , A_{s1} i A_{s2} , przyjmuje się graniczną wysokość strefy ściskanej tj. $x = x_{lim}$ (rys. 2) i pola przekrojów zbrojeń oblicza się iteracyjnie wykorzystując równania (1), (2) i (3). Natomiast przy obliczaniu nośności przekroju zginanego, najpierw drogą iteracyjną, wyznacza się x na podstawie równania (1), a następnie nośność przekroju M_{Rd} z równania (2), po przyjęciu w nim, że moment osiąga wartość graniczną tj. $M_{Sd} = M_{Rd}$. W przekroju mimośrodowo ściskanym lub mimośrodowo rozciągany wartość x jest dobierana na podstawie równania (2), a nośność N_{Rd} wyznaczana jest z równania (1) jako graniczna wartość siły podłużnej N_{Sd} .

4. Podsumowanie

Na podstawie idei przedstawionej w niniejszym artykule, autor opracował program komputerowy WN-ZSR, który umożliwi szybkie i efektywne wymiarowanie zbrojenia i wyznaczanie nośności dla przekrojów w elementach żelbetowych zginanych bez udziału lub z udziałem siły podłużnej. Stanowi on zatem przeciwieństwo do pracochłonnych sposobów obliczeń, bazujących na obszernych wyrażeniach algebraicznych, wspomaganymi licznymi tablicami pomocniczymi lub nomogramami, np. [2, 3, 4, 5], opracowanymi głównie dla przekrojów prostokątnych i teowych, wyjątkowo tylko dla przekrojów trapezowych i trójkątnych [2]. Jak wykazano w [1], rezultaty obliczeń zbrojenia i nośności przekrojów otrzymane za pomocą programu WN-ZSR są identyczne z podanymi w ww. pracach [2, 3, 5].

Literatura

- [1] Małek E.: Obliczanie prętowych elementów żelbetowych w stanach granicznych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej, Opole 2008.
- [2] Grabiec K., Bogucka J., Grabiec-Mizera T.: Obliczanie przekrojów w elementach betonowych i żelbetowych według PN-B-03264:1999, Arkady, Warszawa 2002.
- [3] Łapko A., Jensen B.C.: Podstawy projektowania i algorytmy obliczeń konstrukcji żelbetowych, Arkady, Warszawa 2005.
- [4] Praca zbiorowa: Podstawy projektowania konstrukcji żelbetowych i sprężonych według Eurokodu 2, Sekcja Konstrukcji Betonowych KILiW PAN, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2006.
- [5] Kamiński M., Pędziwiatr J., Styś D.: Projektowanie konstrukcji żelbetowych według normy PN-B-03264:2002, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2004.

CALCULATION OF REINFORCED CONCRETE SECTIONS OF ROD MEMBERS TAKING INTO CONSIDERATION PHYSICAL AND GEOMETRICAL NONLINEARITY

Summary

An essence information on numerical method of calculation reinforced concrete sections with polygonal contour has been presented. The method enables effective designing of such sections in contrary to the other time consuming methods using extensive auxiliary tables or nomograms and diagrams.