

WPŁYW WILGOTNOŚCI NA SZTYWNOŚCIOWE TŁUMIENIE DRGAŃ KONSTRUKCJI DREWNIANYCH

Kamil PAWLIK, Zbigniew PERKOWSKI,
 Politechnika Opolska, Opole

1. Wstęp

Tłumienie układu drgającego zależy m.in. od właściwości reologicznych materiału, z którego jest on wykonany. W przypadku drewna, własności te zależą w znacznym stopniu od jego wilgotności, więc powinna ona wpływać na tłumienie drgań. Wykonując badania przy różnych wilgotnościach i przyjmując model tłumienia sztywnościowo-bezwładnościowego można oszacować, jak wilgotność wpływa na zmianę lepkości materiału, która jest odpowiedzialna za tłumienie sztywnościowe.

W niniejszej pracy przedstawiono model obliczeniowy i wyniki badań, które pozwoliły wykazać wpływ wilgotności na lepkość drewna przy wykorzystaniu badań tłumienia sztywnościowego drgań.

2. Opis drgań tłumionych w przypadku modelu Kelvina-Voigta

W niniejszych rozważaniach założono, że mechaniczne właściwości materiału są opisane modelem Kelvina-Voigta, w którym równanie fizyczne ma postać

$$\sigma = E\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon} . \quad (1)$$

Równanie różniczkowe swobodnych drgań tłumionych belki względem jej ugięć w , przy uwzględnieniu tłumienia bezwładnościowego ma wtedy formę

$$EJ w^{IV} + \eta J \dot{w}^{IV} + \beta\mu \dot{w} + \mu \ddot{w} = 0 . \quad (2)$$

Przyjmując liniową zależność między lepkością a modułem sprężystości

$$\eta = \alpha E \rightarrow \alpha = \eta / E , \quad (3)$$

po przekształceniach można otrzymać równanie [1]

$$K_K y_K + C_K \dot{y}_K + M_K \ddot{y}_K = 0 , \quad (4)$$

w którym uogólnione tłumienie k -tej postaci drgań C_K opisuje tłumienie sztywnościowo-bezwładnościowe i jest liniową kombinacją uogólnionych sztywności i mas [3]

$$C_K = \alpha K_K + \beta M_K. \quad (5)$$

Rozwiązaniem ogólnym równania (4) jest funkcja

$$y_K(t) = a e^{-\xi_K \omega_K t} \sin(\omega_{DK} t + \varphi), \quad (6)$$

gdzie

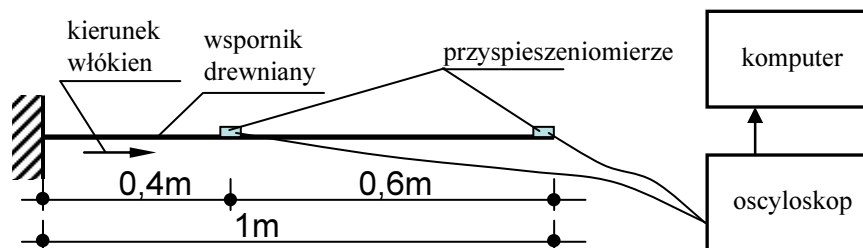
$$\omega_{DK} = \omega_K \sqrt{1 - \xi_K^2}, \quad (7)$$

$$\xi_K = \frac{\alpha \omega_K}{2} + \frac{\beta}{2 \omega_K}. \quad (8)$$

Uzyskując na podstawie odpowiednio przeprowadzonych badań wartości ξ_K i ω_K w przypadku dwóch postaci drgań, z prostego układu równań można ostatecznie wyliczyć wartości parametrów α i β , a dalej η , jeśli znany jest także dynamiczny moduł Younga E drewna mierzony wzdłuż osi belki.

3. Opis przeprowadzanych badań eksperymentalnych

Badania polegały na mierzeniu przyspieszeń drgań drewnianej belki wspornikowej o ustalonej wilgotności masowej (8,8% i 11,4%) wzbudzonych przez impulsowe uderzenie belki w pobliżu przyspieszoniomierza. Schemat stanowiska pomiarowego pokazano poniżej.

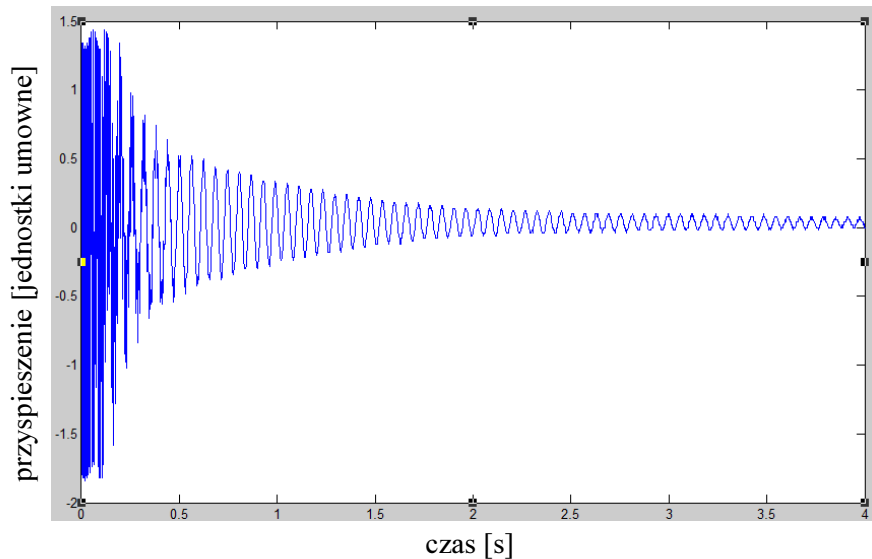


Rys. 1. Schemat stanowiska pomiarowego
Fig. 1. The scheme of measuring position

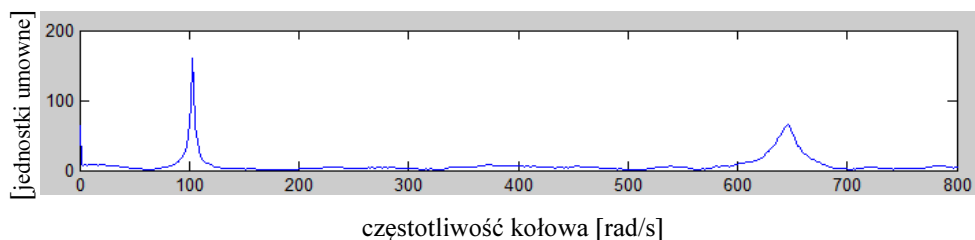
Wymiary wspornika wynosiły 20mm x 20mm x 1000mm.

Na podstawie otrzymanych wyników, za pomocą transformaty Fouriera, wyznaczono widma amplitudowe zapisów przyspieszeń drgań, z których odczytano m.in. częstotści kolejnych postaci drgań. Na ich podstawie wyznaczono dynamiczny moduł sprężystości wzdłuż włókien drewna, z którego wykonane były próbki, gdzie wykorzystano rozwiązanie

numeryczne MRS równania (2), uwzględniające również wpływ dodatkowej masy czujników na wynik.

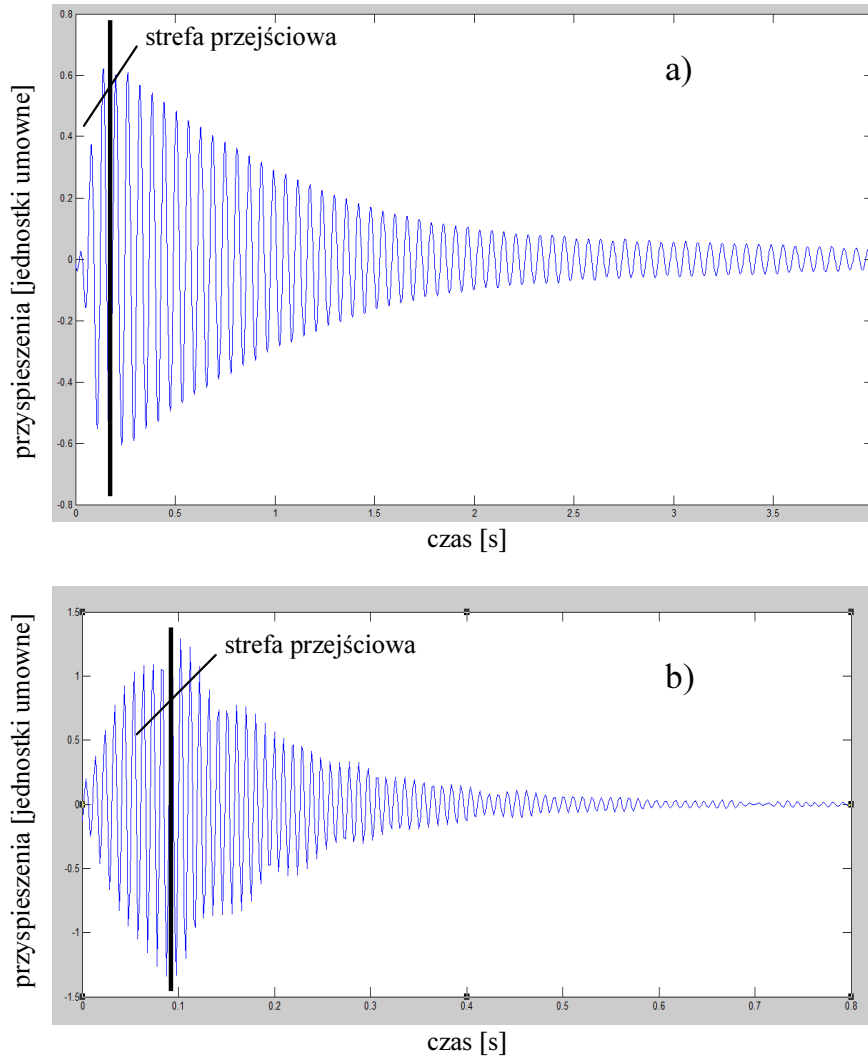


Rys. 2. Przykładowy zapis przyspieszeń na swobodnym końcu wspornika
Fig. 2. Exemplary record of accelerations for the free end of cantilever beam



Rys. 3. Widmo amplitudowe zapisu przyspieszeń przedstawionych na rys. 2
Fig. 3. Amplitude spectrum for the record of acceleration presented in the fig. 2

W celu uzyskania przebiegu przyspieszeń k -tej postaci drgań, transformatę Fouriera sygnału poddano retransformacji [5] z pasma częstotliwości jej odpowiadającemu. Działanie takie było możliwe z uwagi na fakt, że kolejne częstości drgań własnych były jednoznacznie rozseparowane (rys. 3). Przykładowy przebieg rozseparowanych przyspieszeń pierwszej i drugiej postaci drgań, otrzymanych dzięki zapisowi przyspieszeń z rys. 2, przedstawiono na rysunku 4.



Rys. 4 Przebieg przyspieszeń: a) pierwszej postaci drgań, b) drugiej postaci drgań

Fig. 4 The course of the accelerations for:

a) the first form of vibration, b) the second form of vibration

Z tego typu wykresów, przy wykorzystaniu wzorów na dekrement i ułamek tłumienia k -tej postaci drgań

$$\Delta_K = \frac{1}{m} \ln \left(\frac{y_K(t)}{y_K(t+mT)} \right), \quad \xi_K = \frac{\Delta_K}{\sqrt{4\pi^2 + \Delta_K^2}}, \quad (9)$$

wyznaczono wartości ξ_K w przypadku każdej z przeprowadzonych prób.

Dalej, na tej podstawie, z układu równań

$$\begin{cases} \xi_1 = \frac{\alpha\omega_1}{2} + \frac{\beta}{2\omega_1} \\ \xi_2 = \frac{\alpha\omega_2}{2} + \frac{\beta}{2\omega_2} \end{cases} \quad (10)$$

w prosty sposób obliczono współczynniki α i β .

4. Wyniki eksperymentu

Badania były przeprowadzane w przypadku dwóch wilgotności masowych drewna równych 8,8% (próbka sucha) i 11,4% (próbka wilgotna). Dla obu wilgotności wykonano po 5 pomiarów, a następnie zgodnie z przedstawionym wcześniej tokiem postępowania, obliczono częstotliwości kołowe i ułamki tłumienia pierwszych dwóch częstości drgań. Wyniki przedstawione są w tabeli 1.

Tabela 1. Wartości częstości drgań własnych belki i współczynniki tłumienia

Numer badania	Próbka sucha				Próbka wilgotna			
	pierwsza postać drgań		druga postać drgań		pierwsza postać drgań		druga postać drgań	
	Częstość kołowa	Współcz. tłumienia	Częstość kołowa	Współcz. tłumienia	Częstość kołowa	Współcz. tłumienia	Częstość kołowa	Współcz. tłumienia
	ω_1 [rad/s]	ξ_1 [10 ⁻²]	ω_2 [rad]	ξ_2 [10 ⁻²]	ω_1 [rad/s]	ξ_1 [10 ⁻²]	ω_2 [rad]	ξ_2 [10 ⁻²]
1	103,0	1,01	645,9	1,11	99,4	0,76	618,9	0,99
2	102,9	1,03	647,1	1,11	100,0	0,69	619,6	0,94
3	102,9	1,01	647,1	1,16	99,8	0,78	620,1	0,98
4	102,8	1,12	645,9	1,01	99,8	0,76	620,1	1,02
5	102,8	1,13	645,9	1,03	99,8	0,79	620,0	0,96
Średnia	102,9	1,06	646,4	1,08	99,8	0,76	619,8	0,98

Na podstawie wyznaczonych częstości drgań własnych obliczono moduły sprężystości wzdłuż włókien drewna, a z rozwiązania układu równań (10), przy znajomości wartości ułamków tłumienia, otrzymano wartości współczynnika α . Wyniki przedstawione są w tabeli 2.

Tabela 2. Moduły sprężystości i współczynniki α

	moduł sprężystości [GPa]	współczynnik α [10 ⁻⁵ s]	lepkość η [10 ⁻⁴ GPa·s]
próbka sucha	15,2	2,91	4,42
próbka wilgotna	14,6	2,83	4,13

5. Analiza wyników i wnioski

Z analizy wyników zamieszczonych w tabelach 1 i 2 wynika, że w próbce wilgotnej częstości drgań własnych zmalały, co jest wynikiem obniżania się wartości modułu sprężystości drewna wraz ze wzrostem wilgotności.

Można też zauważyć, że zmalały współczynniki tłumienia, a także współczynnik α opisujący wpływ tłumienia sztywnościowego. Choć może się to wydawać sprzeczne z intuicją, jest to zgodne z wynikami badań pełzania drewna (np. por. [4]). Drewno wilgotne pełza intensywniej i zarazem szybciej, czyli odwrotność współczynnika α powinna rosnąć [2]. Wynika stąd także, że lepkość drewna η rośnie wraz ze zmniejszaniem się wilgotności.

Podsumowując, należy także podkreślić, że w przypadku badań dynamicznych konstrukcji drewnianych należy brać pod uwagę ich wilgotność i wpływ, jaki ma ona na tłumienie drgań układu.

Oznaczenia symboli

- σ – naprężenie, stress, [Pa],
- ε – odkształcenie, strain, [-],
- E – moduł sprężystości, modulus of elasticity, [Pa],
- η – współczynnik lepkości, coefficient of viscosity, [Pa·s],
- ω_k – częstotliwość k -tej postaci drgań, frequency of the k -th form of vibration, [rad/s],
- ξ_k – współczynnik tłumienia k -tej postaci drgań, damping coefficient of the k -th form of vibration, [-],
- α, β – parametry tłumienia sztywnościowego i bezwładnościowego, parameters of stiffness and mass damping, [s, 1/s],
- w – przemieszczenie pionowe belki, vertical displacement of beam, [m];

Literatura

- [1] Chmielewski T., Zembaty M.: Podstawy dynamiki budowli, Arkady, 1998.
- [2] Jakowluk A.: Procesy pełzania i zmęczenia w materiałach, WNT, Warszawa, 1993.
- [3] Kawecki J., Kowalska A.: Tłumienie drgań w opisie sztywnościowo-bezwładnościowym, Wydawnictwo PK, 3-B, Zeszyt 11, Kraków, 2010.
- [4] Pawlik K.: Właściwości reologiczne drewna budowlanego, Rozprawa doktorska, WB PO, Opole, 2010.
- [5] Żakowski W., Leksiński W.: Matematyka cz. 4, Wydawnictwo WNT, 2012.

THE EFFECT OF MOISTURE ON STIFFNESS VIBRATION DAMPING OF WOODEN STRUCTURE

Summary

The paper presents the results of dynamic tests of wooden cantilever beam at different humidities. It shows the influence of moisture content on stiffness damping. The model of stiffness-mass damping is used in the considerations.