

## WPLYW OGRANICZENIA ZBIORU KRYTERIÓW OCENY WARIANTÓW DECYZJI NA WYNIKI WIELOKRYTERIALNEJ ANALIZY PORÓWNAWCZEJ

Karolina JĘGLET

Politechnika Opolska, Wydział Budownictwa i Architektury, Opole, Polska

**Słowa kluczowe:** *analiza porównawcza, optymalizacja, analiza kryterium.*

### 1. Wprowadzenie

Podstawowym zadaniem wielokryterialnej analizy porównawczej (WAP) jest wspomaganie procesu decyzyjnego w wielu dziedzinach [2]. Jest ona wykorzystywana do wyłonienia, spośród wielu alternatywnych rozwiązań, wariantu optymalnego. Dzięki analizie wielokryterialnej możliwa jest ocena rozwiązań z różnych punktów widzenia. Umożliwia ona również uwzględnienie kryteriów, które nie można skonfrontować ze sobą bezpośrednio, ze względu na tzw. czynniki trudno mierzalne [1].

W niniejszym artykule analiza WAP została wykorzystana do oceny najkorzystniejszego systemu zaopatrującego budynek jednorodzinny w ciepło do jego ogrzewania i do podgrzewania wody użytkowej. Na potrzeby analizy przygotowano cztery, omówione w dalszej części pracy, warianty instalacji wykorzystujących do tego celu coraz popularniejsze w Polsce źródła energii odnawialnej.

W pracy podjęto próbę oceny wpływu doboru wag kryteriów, czyli procesu subiektywnego, trudnego do uściślenia, ze względu na wybór wariantu optymalnego. Ocenę wariantów przeprowadzono dwukrotnie, uwzględniając przy tym zmienność wag kryteriów, a co za tym idzie, ostatecznego zbioru kryteriów.

### 2. Metody wielokryterialnej analizy porównawczej

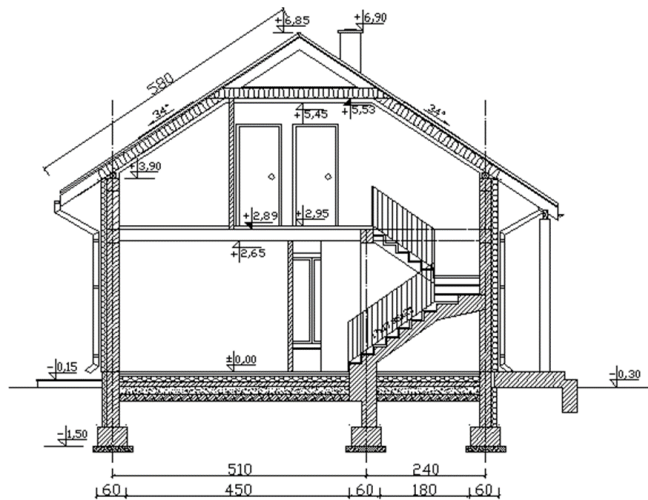
Istnieje wiele metod przeprowadzania analizy WAP. Można wśród nich wyróżnić metody geometryczne, oparte na teorii grafów, taksonomiczne, polioptymalizację w obecności ocen rozmytych oraz, stosowane najczęściej, metody matematyczne [4].

W dalszej części pracy została zastosowana metoda matematyczna, która wymaga nadania przyjętym kryteriom niemianowanych wartości liczbowych, umożliwiających wzajemne porównywanie wariantów. Sprowadzenie wartości mianowanych do niemianowanych nazywane jest kodowaniem. Niezależnie od wybranej metody, w każdej analizie WAP konieczne jest określenie funkcji celu oraz wybór wstępnego zbioru kryteriów, wraz z jego analizą prowadzącą do ostatecznego zbioru kryteriów. Istotne jest także ustalenie wag poszczególnych kryteriów, a następnie określenie według nich miar poszczególnych wariantów.

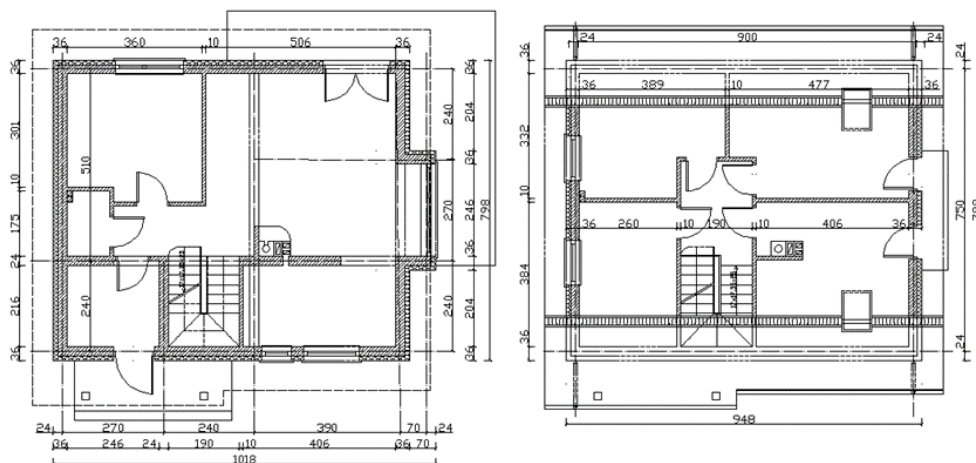
### 3. Wielokryterialna analiza porównawcza systemów pozyskujących energię ze źródeł odnawialnych

#### 3.1. Opis sytuacji decyzyjnej

Problem decyzyjny dotyczy wyboru systemu pozyskującego energię ze źródeł niekonwencjonalnych. System ten ma za zadanie zaopatrzyć budynek jednorodzinny (rys. 1, 2) w energię potrzebną do jego ogrzewania i do podgrzewania wody użytkowej.



Rys. 1. Przekrój poprzeczny budynku jednorodzinnego  
Fig. 1. The cross-section of the single-family house



Rys. 2. Rzut parteru i piętra budynku jednorodzinnego  
Fig. 2. The 1<sup>st</sup> an 2<sup>nd</sup> floor plan of the single-family house

### 3.2. Charakterystyka przyjętych wariantów

Na potrzeby przeprowadzanej analizy porównawczej przygotowano cztery warianty instalacji przedstawione w tablicy 1. Na wybór wariantów decydujący wpływ miała popularność analizowanych systemów oraz możliwość ich zastosowania w przypadku zaprojektowanego budynku. W pracy założono, że budynek zlokalizowany będzie na obszarze o niekorzystnych warunkach wiatrowych, w związku z czym, nie uwzględniono w analizie systemów pozyskujących energię z wiatru [3].

Wybrane systemy zostały sklasyfikowane jako indywidualne (ich rolą jest zaopatrzenie budynku zarówno w energię do jego ogrzewania jak i do podgrzewania wody użytkowej) i łączone (złożone z dwóch instalacji, które ze sobą współpracują).

Tablica 1. Warianty systemów pozyskujących energię ze źródeł odnawialnych

WARIANT	RODZAJ SYSTEMU		ZASTOSOWANIE	
	Łączony	Indywidualny	c.w.u.	c.o.
W1	Kolektor słoneczny	-	TAK	NIE
	Pompa ciepła	-	TAK	TAK
W2	-	Pompa ciepła	TAK	TAK
W3	Kolektor słoneczny	-	TAK	NIE
	Kocioł na biomasę	-	TAK	TAK
W4	-	Kocioł na biomasę	TAK	TAK

### 3.3. Utworzenie zbioru kryteriów

W celu otrzymania obiektywnej oceny, kryteria powinny uwzględniać różnorodne aspekty – w tym ekonomiczne, techniczne i środowiskowe. W rozpatrywanym przypadku przyjęto następujący, wstępny zbiór kryteriów:

- $K_1$  – koszt zakupu instalacji [zł],
- $K_2$  – roczny koszt utrzymania instalacji [zł],
- $K_3$  – łatwość montażu instalacji,
- $K_4$  – żywotność instalacji,
- $K_5$  – czas zwrotu kosztów zakupu instalacji [lata],
- $K_6$  – oddziaływanie na środowisko,
- $K_7$  – awaryjność instalacji,
- $K_8$  – łatwość użytkowania.

Ze względu na dużą liczbę kryteriów, należy spośród nich wybrać najistotniejsze. W tym celu pomocne jest uszeregowanie kryteriów według ich ważności. Służy do tego analiza par, dzięki której można uzyskać tzw. macierz dominacji (oznaczoną symbolem  $\mathbf{K}$ ). Macierz ta ma wymiar  $n \times n$ , gdzie  $n$  jest liczbą kryteriów. Elementom  $k_{ij}$  macierzy ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ ) przyznaje się wartości 1 lub 0, w zależności od tego, czy kryterium  $K_i$  jest ważniejsze od  $K_j$  ( $k_{ij} = 1$ ), czy też nie ( $k_{ij} = 0$ ) [4].

Biorąc pod uwagę to, że niniejszy artykuł ma na celu wykazanie, jak dobór wag kryteriów wpływa na wybór najkorzystniejszego wariantu, analizę porównawczą przeprowadzono dwukrotnie w przypadku dwóch różnych, ostatecznych zbiorów kryteriów.

### 3.4. Wielokryterialna analiza porównawcza – przypadek 1

W pierwszym przypadku za najważniejsze postanowiono uznać kryteria, które są istotne dla nabywcy przy kupnie systemu. Należą do nich ponoszone przez użytkownika koszty, okres, przez jaki instalacja będzie działała poprawnie oraz łatwość jej obsługi. W tym przypadku macierz dominacji ukształtowana została w postaci:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Sumując elementy macierzy wzdłuż wiersza otrzymuje się wskaźniki wag przyjętych kryteriów, które mogą zostać uznane bezpośrednio jako wagi kryteriów lub można je przekształcić tak, by waga mieściła się w przedziale  $\langle 0,1 \rangle$ . W wyniku takiego przekształcenia uzyskano wagi kryteriów pokazane w tabelicy 2.

Tablica 2. Wagi kryteriów przypadku 1.

Oznaczenie	Kryterium	Waga $v_i$
$K_1$	Koszt zakupu instalacji	0,25
$K_2$	Roczny koszt utrzymania instalacji	0,21
$K_3$	Łatwość montażu instalacji	0,00
$K_4$	Żywotność instalacji	0,18
$K_5$	Czas zwrotu kosztów zakupu instalacji	0,04
$K_6$	Oddziaływanie na środowisko	0,11
$K_7$	Awaryjność instalacji	0,07
$K_8$	Łatwość użytkowania	0,14

W dalszej analizie uwzględniono cztery kryteria ( $m = 4$ ), których waga jest największa. W tabelicy 3 zestawiono cząstkowe miary  $x_{ij}$  ( $i = 1, \dots, 4; j = 1, \dots, 4$ ) przyjęte w przypadku poszczególnych wariantów [3]. W tabelicy tej oznaczono literą  $D$  kryteria o charakterze destymulanty, a literą  $S$  pełniące rolę stymulanty.

Tablica 3. Cząstkowe miary  $x_{ij}$  wariantów  $W_i$  w przypadku 1.

Wariant	$K_1(D)$	$K_2(D)$	$K_4(S)$	$K_8(S)$
W1	54 248 zł	654,75 zł	30 lat	4
W2	41 915 zł	919,53 zł	37 lat	5
W3	21 251 zł	991,80 zł	15 lat	2
W4	12 309 zł	1 392,00 zł	25 lat	3

Zestawione w tabelicy 3 cząstkowe miary zostały następnie zakodowane przy użyciu sposobu Neumana–Morgensterna [4]. Polega ono na zastąpieniu cząstkowej miary  $x_{ij}$ , odpowiadającej danemu kryterium, stosunkiem różnicy tej miary i miary najgorszej  $x_{j,\min}$ , otrzymanej na podstawie danego kryterium, do różnicy między miarą najlepszą  $x_{j,\max}$  a  $x_{j,\min}$ , gdzie  $i, j$  są odpowiednio wskaźnikami: wariantów oraz kryteriów. Przekształcenie to można zapisać za pomocą zależności (2) obowiązującej w przypadku stymulant i zależności (3) odpowiadającej destymulantom:

$$z_{ij} = \frac{x_{ij} - x_{j,\min}}{x_{j,\max} - x_{j,\min}}, \quad (2)$$

oraz

$$z_{ij} = \frac{x_{j,\max} - x_{ij}}{x_{j,\max} - x_{j,\min}}. \quad (3)$$

Zakodowane miary cząstkowe zostały zestawione w tabelicy 4.

Tabela 4. Zakodowane miary cząstkowe przypadku 1.

Wariant	$K_1(D)$ $v_1 = 0,25$	$K_2(D)$ $v_2 = 0,21$	$K_4(S)$ $v_4 = 0,18$	$K_8(S)$ $v_8 = 0,14$
W1	0	1	0,68	0,67
W2	0,29	0,64	1	1
W3	0,79	0,54	0	0
W4	1	0	0,45	0,33

Syntetyczne oceny wariantów wyrażono za pomocą wskaźnika multiplikacyjnego skorygowanego (tabela 5), którego wartość opisuje formuła (4):

$$J_i = \sum_{j=1}^m (z_{ij} \cdot v_j). \quad (4)$$

Tabela 5. Syntetyczna ocena wariantów przypadku 1.

Wariant	Ocena syntetyczna $J_i$
W1 Kolektor słoneczny + pompa ciepła	0,43
W2 Pompa ciepła	0,53
W3 Kolektor słoneczny + kocioł na biomasę	0,31
W4 Kocioł na biomasę	0,38

### 3.5. Wielokryterialna analiza porównawcza – przypadek 2

W drugim przypadku uznano, że najważniejsza nie jest cena, lecz jakość systemu. W tym przypadku została przyjęta postać macierzy  $\mathbf{K}$  przedstawiona formułą (5).

Postępując analogicznie, jak w przypadku 1, na podstawie macierzy (5) określono wagi poszczególnych kryteriów (tabela 6).

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Tablica 6. Wagi kryteriów przypadku 2.

Oznaczenie	Kryterium	Waga $v_i$
$K_1$	Koszt zakupu instalacji	0,04
$K_2$	Roczny koszt utrzymania instalacji	0,14
$K_3$	Łatwość montażu instalacji	0,00
$K_4$	Żywotność instalacji	0,21
$K_5$	Czas zwrotu kosztów zakupu instalacji	0,07
$K_6$	Oddziaływanie na środowisko	0,25
$K_7$	Awaryjność instalacji	0,11
$K_8$	Łatwość użytkowania	0,18

W dalszej analizie uwzględniono cztery kryteria, których waga jest największa. W tablicy 7 zestawiono cząstkowe miary przyjęte w przypadku poszczególnych wariantów [3].

Tablica 7. Cząstkowe miary  $x_{ij}$  wariantów  $W_i$  w przypadku 2.

Wariant	$K_2(D)$	$K_4(D)$	$K_6(S)$	$K_8(S)$
W1	654,75 zł	30 lat	3	4
W2	919,53 zł	37 lat	5	5
W3	991,80 zł	15 lat	2	2
W4	1 392,00 zł	25 lat	4	3

Pokazane w tablicy 7 cząstkowe miary zostały następnie zakodowane analogicznie jak w przypadku 1 przy użyciu sposobu Neumana–Morgensterna. Zakodowane miary cząstkowe zostały zestawione w tablicy 8.

Tablica 8. Zakodowane miary cząstkowe dla przypadku 2.

Wariant	$K_2(D)$ $v_2 = 0,14$	$K_4(D)$ $v_4 = 0,21$	$K_6(S)$ $v_6 = 0,25$	$K_8(S)$ $v_8 = 0,18$
W1	1	0,68	0,33	0,67
W2	0,64	1	1	1
W3	0,54	0	0	0
W4	0	0,45	0,67	0,33

Syntetyczne oceny wariantów wyrażono za pomocą wskaźnika multiplikacyjnego skorygowanego i zestawiono w tablicy 9.

Tablica 9. Syntetyczna ocena wariantów przypadku 2.

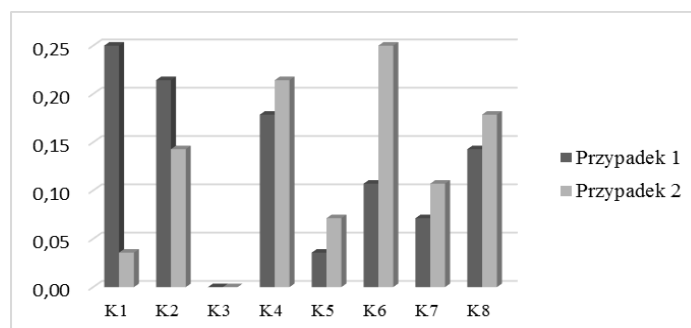
Wariant		Ocena syntetyczna $J_i$
W1	Kolektor słoneczny + pompa ciepła	0,49
W2	Pompa ciepła	0,73
W3	Kolektor słoneczny + kocioł na biomasę	0,08
W4	Kocioł na biomasę	0,32

#### 4. Wnioski

W artykule przedstawiono wyniki przeprowadzonej wielokryterialnej analizy porównawczej. Na potrzeby analizy przygotowano cztery warianty instalacji wykorzystujących energię odnawialną do zaopatrywania budynku jednorodzinnego w ciepło do jego ogrzewania i do podgrzewania wody użytkowej. Ocenę wariantów przeprowadzono dwukrotnie w celu zilustrowania wpływu ograniczenia liczby kryteriów na wybór najlepszego wariantu.

W pierwszym przypadku, ustalając wagi kryteriów, kierowano się cechami istotnymi dla potencjalnych nabywców sugerujących się zazwyczaj kosztami inwestycji, które muszą ponieść. W drugim przypadku uznano, że najważniejsza nie jest cena, lecz jakość systemu, w tym jego wpływ na środowisko. W efekcie, spośród ośmiu kryteriów w obu przypadkach wybrano po cztery kryteria o najwyższej wadze. Przypadki te różniły się zarówno zbiorem kryteriów, jak i przyznanymi wagami.

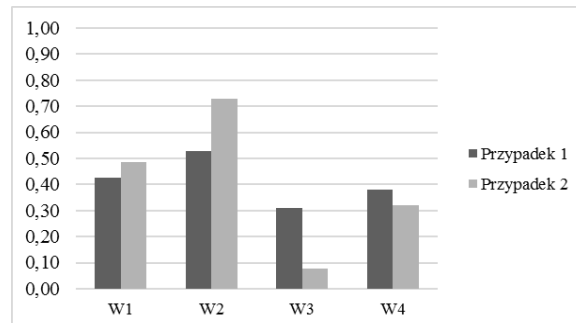
Na rys. 3 pokazano, jak zmieniły się wagi poszczególnych kryteriów w rozważanych przypadkach.



Rys. 3. Porównanie wag kryteriów K1-K8  
Fig. 3. Comparison of the K1-K8 criteria weights

Pomimo zmiennych wag kryteriów, uzyskane oceny pozwoliły na uszeregowanie analizowanych wariantów w tej samej kolejności. W przypadku pierwszym oceny charakteryzują się jednak mniejszym rozrzutem, niż w przypadku drugim, gdzie między wariantem W2 i wariantem W3 różnica ta jest znaczna - sięgająca 65% (rys. 4).

Na końcową ocenę przy przeprowadzaniu analiz wielokryterialnych znaczący wpływ ma wybór ostatecznego zbioru kryteriów. Im większa jest różnorodność przyjętych kryteriów, tym otrzymany wynik jest bardziej miarodajny. Przeprowadzona analiza posiada jednak słabe strony, które są szczególnie zauważalne, gdy występuje niewielka liczba kryteriów. Wówczas pojawia się ryzyko subiektywnego oceniania ważności kryteriów i, co za tym idzie, manipulowania wynikiem końcowym.



Rys. 4. Porównanie wyników analizy  
Fig. 4. Comparison of the analysis results

Pewnym utrudnieniem jest również dobór skali ocen poszczególnych kryteriów, których nie da się zmierzyć. W związku z tym, w celu uzyskania obiektywnej oceny dobrym rozwiązaniem byłoby przeprowadzenie w dalszych badaniach analizy wrażliwości, która mogłaby wskazać, jak zmiana miar cząstkowych i wag przyjętych kryteriów wpływają na uzyskany wynik.

### Literatura

- [1] Dytczak M., Wybrane metody rozwiązywania wielokryterialnych problemów decyzyjnych w budownictwie, Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej, Opole, 2010
- [2] Greco S., Ehrgott M., Figueira J. R. (Eds.), Multiple Criteria Decision Analysis. State of the Art Surveys., Springer, 2016
- [3] Jęglęt K., Analiza porównawcza wybranych systemów pozyskiwania niekonwencjonalnych źródeł energii dla budownictwa jednorodzinne, Praca dyplomowa magisterska pod kierunkiem dra inż. D. Fabianowskiego, Opole, 2016
- [4] Szwabowski J., Deszcz J., Metody wielokryterialnej analizy porównawczej: podstawy teoretyczne i przykłady zastosowań w budownictwie, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice, 2001

## THE IMPACT OF DECISION EVALUATION CRITERIA SET ON MULTI-CRITERIA COMPARATIVE ANALYSIS RESULTS

### Summary

Influence of evaluation criteria set reduction on results of the application of mathematical multi-criteria comparative analysis is discussed in the paper. The analysis is aimed at the selection of the most suitable installation alternative for heating a building and preparing hot domestic water. Four different types of candidate installation alternatives, which use renewable energy, have been considered in this regard. The provided considerations showed the strong need for further sensitivity analysis, concerning also influence of subjectivity during the selection of criteria.